

---

## *Troisième partie*

Sursauts gamma et gravitation quantique

---



Les phénomènes astrophysiques violents intéressent de plus en plus les physiciens des particules. Ils permettent d'atteindre des énergies dépassant celles des accélérateurs actuels, ce qui permet de sonder des domaines de la physique encore méconnus. Ainsi, les sursauts gamma pourraient permettre de tester les modèles de gravitation quantique.

Certains de ces modèles prévoient une violation de la symétrie de Lorentz qui se traduirait par le fait que deux photons d'énergies différentes auraient des vitesses différentes. C'est cet effet que nous avons cherché à mesurer en utilisant les données du satellite HETE-2 (*High Energy Transient Explorer*) et plus particulièrement de son détecteur FREGATE, décrit au chapitre 4.

Le premier chapitre de cette partie décrit un modèle particulier basé sur la théorie des cordes. Il relie l'écart en temps entre deux photons émis par un sursaut, l'écart entre leurs énergies et la distance du GRB. Dans ce chapitre, nous montrons aussi pourquoi les sursauts gamma sont de bons candidats pour tester un tel modèle. Dans le deuxième chapitre, nous exposons notre méthode d'analyse, basée sur l'utilisation de la transformée en ondelettes, un outil adapté à l'étude des signaux non-stationnaires. Enfin, dans le troisième et dernier chapitre, nous donnerons et commenterons nos résultats.



# Chapitre 8

---

## Sursauts gamma et gravitation quantique

### 8.1 Introduction

L'unification de la relativité générale et de la mécanique quantique en une théorie quantique de la gravitation est encore loin d'être acquise. Pourtant, différentes approches existent pour arriver à ce résultat. L'une, la théorie des cordes, est une extension de la physique des particules alors que l'autre, la gravitation quantique à boucles, se situe du côté de la relativité générale.

Même si le chemin qui permettra de prouver ou de réfuter l'une ou l'autre de ces approches est encore long, les phénoménologues et les expérimentateurs cherchent de plus en plus à tester les modèles avec les observations.

Dans la suite, nous décrirons très rapidement la théorie des cordes et la gravitation quantique à boucles. Dans ces deux approches, la symétrie de Lorentz pourrait être violée si bien que des photons d'énergies différentes voyageraient à des vitesses différentes.

Nous donnerons dans la section 8.3 un exemple de modèle développé dans le cadre de la théorie des cordes et nous donnerons une expression de l'écart entre les temps d'arrivée de deux photons émis simultanément avec des énergies différentes. Comme notre but est purement expérimental, nous n'entrerons pas dans les détails théoriques.

Nous verrons aussi pourquoi les GRB sont de bons candidats pour tester ce genre de modèles. En effet, une des propriétés des sursauts gamma est qu'ils ont des courbes de lumières présentant de nombreux pics d'émission. Ces pics peuvent être utilisés pour mesurer des écarts temporels entre des photons dans différentes bandes d'énergie. Nous verrons aussi que l'utilisation des sursauts nécessite de prendre des précautions.

Enfin, nous donnerons un aperçu des résultats déjà disponibles dans la littérature.

### 8.2 Gravitations quantiques

La physique des particules actuelle est basée sur une théorie de référence, le *modèle standard*, qui décrit les constituants élémentaires de la matière et leurs propriétés. Ce modèle est lui-même développé dans le cadre de la *théorie quantique des champs* (TQC), qui prend en compte

les interactions fondamentales à l'exception d'une seule : la gravitation.

A notre échelle, la gravitation est très bien décrite par la loi de Newton, mais pour des masses importantes (les étoiles à neutrons par exemple) ou de grandes structures (l'Univers dans son entier), il est nécessaire d'avoir recourt à une théorie relativiste de la gravitation. C'est la *relativité générale*, développée par Einstein, qui fournit ce cadre théorique.

La théorie quantique des champs et la relativité générale décrivent très bien les lois de la nature dans leurs domaines d'applications propres. En revanche, elles sont incompatibles. La TQC est écrite dans le cadre d'un espace-temps fixé une fois pour toute et qui n'a pas de courbure. La relativité générale ne prend pas en compte l'aspect quantique de la matière et de l'énergie.

Pour tenter d'unifier la relativité générale avec la mécanique quantique, c'est-à-dire pour élaborer une théorie de la *gravitation quantique*, plusieurs pistes ont été explorées.

La **gravitation quantique à boucles** [125], développée à partir de la fin des années 80, prévoit que l'espace-temps aux échelles de l'ordre de celle de Planck serait discret. Cette quantification de la géométrie de l'espace temps aux petites échelles pourrait introduire une violation de la symétrie de Lorentz.

La **théorie des cordes** (voir par exemple [126]) généralise la théorie quantique des champs et repose sur les hypothèses suivantes :

- le cadre de la physique possède non pas quatre dimensions mais 10 ou 11 (on parle alors de dimensions supplémentaires) ;
- les objets fondamentaux sont des cordes (à une dimension) ou des branes (à  $4 + n$  dimensions).

Dans ce cadre, la gravitation est une interaction de jauge et elle est véhiculée par un boson de spin 2, le *graviton*. Nous verrons dans la prochaine section l'exemple d'un modèle basé sur la théorie des cordes dans lequel la symétrie de Lorentz est violée.

## 8.3 Un modèle particulier

### 8.3.1 Gravitons et D-branes

Le modèle qui est décrit ici (et que nous avons utilisé dans notre étude des sursauts gamma observés par HETE-2 au chapitre 10) a été développé par Ellis et ses collaborateurs [127]. Il est illustré par la figure 8.1. Nous sommes ici dans le cadre d'un modèle à dimensions supplémentaires où notre univers est représenté par un plan, appelé de manière plus formelle *D-brane*<sup>1</sup>. L'interaction d'un graviton avec la D-brane se déroule en plusieurs étapes. (a) Une corde fermée (un graviton) se déplace dans une dimension supplémentaire et s'approche de la D-brane. (b) Dans la D-brane, il ne peut exister de corde fermée, si bien que la corde se scinde en deux. (c) Après l'interaction, le graviton, qui a donné un mouvement de recul à la D-brane et la laisse dans un état excité, continue sa route.

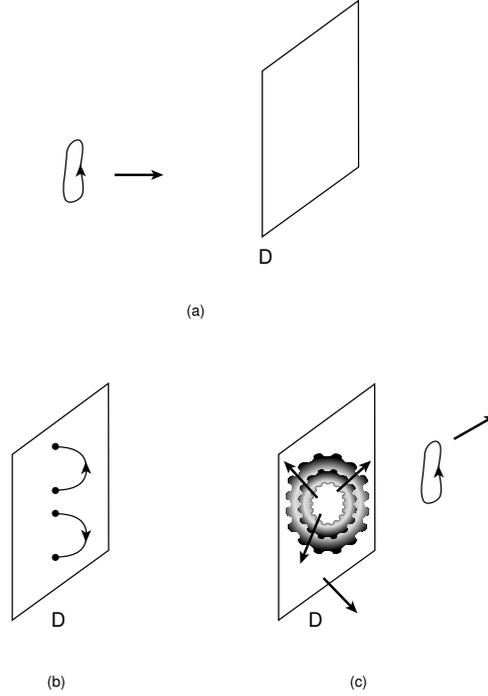
C'est l'effet de recul de la D-brane qui cause la perturbation de la propagation des photons car il introduit un indice spectral  $n$  dépendant de l'énergie  $E$ . La vitesse  $v$  des photons dépend donc de leur énergie :

$$v(E) = \frac{c}{n(E)}, \quad (8.1)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière.

---

<sup>1</sup>D' pour Dirichlet.



**Fig. 8.1:** Les différentes étapes de l'interaction d'un graviton avec notre univers à trois dimensions. Voir le texte pour les explications. D'après [127].

Ceci mène à la relation de dispersion suivante :

$$c^2 \mathbf{p}^2 = E^2 [1 + f(E/E_{QG})] \quad (8.2)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur impulsion et où  $f(E)$  est donnée par

$$f(E) = 1 - n(E). \quad (8.3)$$

En développant l'équation 8.2, on obtient

$$c^2 \mathbf{p}^2 = E^2 [1 + \xi E/E_{QG} + \mathcal{O}(E^2/E_{QG}^2)] \quad (8.4)$$

dans le cas où  $E \ll E_{QG}$ ,  $E_{QG}$  étant l'énergie caractéristique de la gravitation quantique. Dans la formule précédente,  $\xi$  est une constante positive, souvent prise égale à 1.

Dans notre étude, nous nous limiterons à chercher un effet de gravitation quantique au premier ordre<sup>2</sup> se traduisant par une dépendance linéaire de la vitesse des photons avec leur énergie :

$$v \approx c \left( 1 - \xi \frac{E}{E_{QG}} \right). \quad (8.5)$$

Pour résumer, on dira qu'un effet de gravitation quantique conforme au modèle présenté ici se traduirait par le fait que des photons ayant des énergies différentes auraient des vitesses de propagation différentes. Par conséquent, deux photons présentant un écart d'énergie  $\Delta E$ , *émis simultanément* en un même point de l'espace devraient arriver à l'endroit où se trouve l'observateur avec un décalage temporel  $\Delta t$ .

<sup>2</sup>Il faut noter ici qu'un effet quadratique mènerait à des écarts en temps tellement faibles qu'ils seraient hors des capacités de mesure des expériences actuelles.

### 8.3.2 Effets cosmologiques

Comme l'effet décrit plus haut est lié à la structure quantique de l'espace-temps, plus la distance entre la source et l'observateur est grand, plus l'écart temporel induit devrait être grand. Il est donc naturel de vouloir utiliser le signal de sources situées à des distances cosmologiques mais dans ce cas, il est nécessaire de tenir compte de l'effet de l'expansion de l'Univers sur la propagation des photons pour mesurer correctement les écarts temporels.

Nous nous placerons ici dans le cas d'un Univers plat caractérisé dans le modèle standard cosmologique par

$$\Omega_{total} = \Omega_{\Lambda} + \Omega_M = 1 \quad (8.6)$$

où  $\Omega_{\Lambda}$ , la densité d'énergie noire est prise égale à 0.7 et où  $\Omega_M$  regroupe le reste des termes cosmologiques et vaut 0.3.

La relation entre le temps et le redshift s'écrit :

$$dt = -H_0^{-1} \frac{dz}{(1+z)h(z)} \quad (8.7)$$

où  $H_0$  est la constante de Hubble que nous prendrons égale à  $71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , et où

$$h(z) = \sqrt{\Omega_{\Lambda} + \Omega_M(1+z)^3}. \quad (8.8)$$

Une particule avec une vitesse  $u$  parcourt une distance

$$udt = -H_0^{-1} \frac{udz}{(1+z)h(z)} \quad (8.9)$$

en un intervalle de temps  $dt$ . Donc, deux particules voyageant avec des vitesses différentes de  $\Delta u$  parcourent des distances différentes de  $\Delta L$  avec

$$\Delta L = H_0^{-1} \int_0^z \frac{\Delta u dz}{(1+z)h(z)}. \quad (8.10)$$

Considérons maintenant deux photons qui ont des énergies  $E_1$  et  $E_2$  lorsqu'ils nous arrivent. Au moment de leur production à un redshift  $z$ , les photons avaient une énergie plus grande d'un facteur  $1+z$  : ils étaient décalés vers le bleu. En définissant  $\Delta E$  par

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (8.11)$$

et en appliquant la formule 8.5, on a

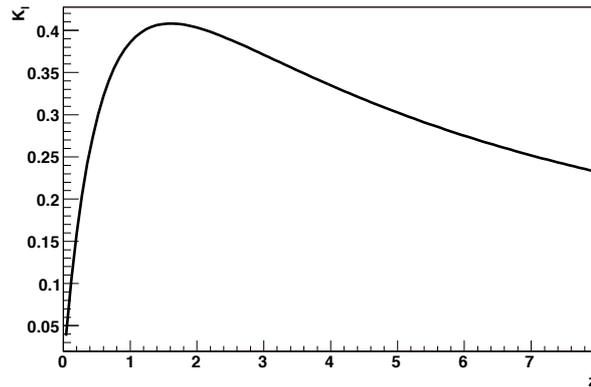
$$\Delta u = \frac{\Delta E(1+z)}{E_{QG}}. \quad (8.12)$$

En appliquant la formule 8.10, on trouve finalement

$$\Delta t = H_0^{-1} \frac{\Delta E}{E_{QG}} \int_0^z \frac{dz}{h(z)}. \quad (8.13)$$

C'est cette équation qui donne l'expression entre l'écart temporel  $\Delta t$  de deux photons émis simultanément avec un écart en énergie  $\Delta E$  pour une source donnée située à une distance donnée. Cette distance sera représentée par la grandeur  $K_l$  définie par

$$K_l = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{h(z)}. \quad (8.14)$$



**Fig. 8.2:** Évolution de la grandeur  $K_l$  en fonction du redshift  $z$ .

La figure 8.2 montre comment varie  $K_l$  avec le redshift. La courbe présente un maximum pour  $z \approx 1.6$ , puis elle décroît lentement en tendant vers 0.

Dans le chapitre 10, nous nous baserons sur l'équation 8.13 et nous étudierons l'évolution des écarts temporels en fonction de  $K_l$  en utilisant les données gamma du satellite HETE-2.

## 8.4 Tester les modèles

### 8.4.1 Avec les sursauts gamma

Les sursauts gamma sont des sources qui sont à des distances cosmologiques et qui émettent des photons de haute énergie dans des intervalles de temps courts. Comme discuté dans [128] et [129], ils sont donc de bons candidats pour tester des modèles comme celui que nous avons décrit plus haut. Toutefois, certains effets temporels intrinsèques à ces sources peuvent fausser la mesure des écarts temporels.

#### Leurs avantages

Voyons maintenant pourquoi les GRB pourraient être de bons candidats pour nous permettre d'observer des décalages temporels dépendant de l'énergie. Cela repose sur quatre points.

Premièrement, les sursauts sont à des distances cosmologiques. Le plus proche sursaut observé, GRB 980425 était à une distance correspondant à un redshift de 0.0085 et le plus lointain, GRB 050904 était à un redshift de 6.29.

Deuxièmement, les sursauts ont des courbes de lumière présentant de nombreuses irrégularités. La figure 9.1 du chapitre 9 montre les courbes de lumière de douze sursauts.

Troisièmement, l'émission des sursauts s'effectue sur une large bande d'énergie. Même si leur spectre présente un maximum à quelques centaines de keV, une composante à haute énergie a été détectée entre 100 MeV et 18 GeV [130]. Le détecteur Milagro aurait même détecté une émission au TeV avec une significativité de  $3\sigma$  en coïncidence avec le GRB 970417 [131]. Toutefois, il faut noter que les photons au-delà de 100 GeV deviennent rares pour des distances  $z > 0.5$  du fait de leur interaction avec le fond IR [132]. En pratique, il ne faut donc pas espérer chercher des décalages temporels pour des photons au dessus de 100 GeV.

Quatrièmement, les GRB sont des sources intenses. Pour pouvoir étudier correctement les courbes de lumière, il faut en effet disposer d'une statistique importante. Plus le nombre de photons est important, plus il est facile de localiser les pics d'émission. Or, le flux le plus important détecté par BATSE était d'environ  $180 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Les conditions d'observations seront donc favorables pour les détecteurs futurs comme GLAST [133] qui aura une surface effective de l'ordre du mètre carré.

### Leurs inconvénients

Même si les GRB ont des caractéristiques intéressantes pour tester les modèles de gravitation quantique, ils ont aussi des inconvénients.

En premier lieu, il faut noter que les modèles théoriques d'émission des sursauts sont très mal connus à haute énergie. Si on peut raisonnablement penser que les mécanismes d'émissions sont similaires entre quelques keV et quelques centaines de keV, il serait très discutable de faire la même hypothèse avec des photons d'une centaine de keV et d'une centaine de GeV.

Un autre problème essentiel des sursauts gamma pour le genre d'étude qui nous intéresse est qu'il n'est pas sûr du tout que les photons de basse et de haute énergie soient émis simultanément. L'exemple du photon de 18 GeV détecté par EGRET plus d'une heure après le GRB 940217 [134] paraît révélateur.

Plusieurs observations ont été faites sur les propriétés temporelles des sursauts (cf. Chap. 2). On a d'abord remarqué que la largeur des pics d'émission varie avec l'énergie : les pics de plus basse énergie sont plus larges [135]. Par ailleurs, Norris *et al.* ont montré que les pics de haute énergie surviennent avant les pics de basse énergie [136][137]. Cet effet intrinsèque à la source varie d'un sursaut à l'autre et va à l'encontre de l'effet attendu pour la gravitation quantique.

Lorsque les sursauts sont proches, on les détecte quelque soit leur luminosité. Par contre, à grand  $z$ , on ne détecte que les sursauts brillants. Or nous avons déjà évoqué la relation existant entre les écarts temporels et la luminosité au chapitre 2 : plus le sursaut est brillant, plus les écarts temporels sont petits. Comme les photons de haute énergie arrivent avant les photons de basse énergie, cet effet mime celui de la gravitation quantique<sup>3</sup>.

Pour s'abstraire des effets source, il est donc nécessaire de prendre quelques précautions :

- étudier les données de plusieurs sursauts à des distances différentes ;
- raisonner en terme d'écarts temporels moyens ;
- étudier un groupe de sursauts homogène en luminosité, ou bien être en mesure de modéliser les effets sources pour tenir compte du biais introduit par la dispersion des luminosités.

Le dernier point de cette liste peut ne pas être facile à mettre en œuvre car le nombre de sursauts localisés et dont les données sont exploitables pour la recherche d'un effet de gravitation quantique est faible. Avec une expérience comme SWIFT [138], le nombre de sursauts avec redshift va croître de manière importante. On peut donc espérer des avancées majeures vers une possible découverte d'un effet de gravitation quantique dans les années qui viennent.

## 8.4.2 Les autres tests possibles

Nous avons parlé ici d'utiliser les GRB pour tester les modèles de gravitation quantique, mais d'autres observations ont été ou pourraient être utilisées pour atteindre le même but.

---

<sup>3</sup>On peut dire que par rapport aux basses énergies, les hautes énergies arrivent "moins en avance".

Si on reste dans l'idée de mesurer des écarts temporels, on peut utiliser d'autres sources variables et distantes comme les AGN, les blazars ou les pulsars. Dans les trois cas, les courbes de lumières présentent des irrégularités comme celles des GRB et il est possible de faire des observations sur une large gamme d'énergie.

Dans un registre totalement différent, Amelino-Camelia a montré récemment que la structure fluctuante de l'espace temps aux petites échelles pourrait se traduire par un niveau de bruit irréductible dans les grands interféromètres destinés à la détection d'ondes gravitationnelles [139].

## 8.5 Quelques résultats déjà publiés

Les résultats déjà publiés se rangent en plusieurs catégories. Nous donnerons l'exemple de deux études menées avec un ensemble de plusieurs GRB à des distances différentes. Le travail décrit dans les chapitres suivants se base sur cette approche. Quelques articles ont aussi été publiés où les auteurs se basent sur les observations d'une seule source, un sursaut, ou bien un autre objet variable comme un blazar.

Le travail présenté au chapitre 10 est basé sur le travail d'Ellis *et al.* dans [140] et [141]. Dans ces articles, les auteurs étudient un ensemble de sursauts de redshifts connus, avec une analyse en ondelettes. Dans [140], une limite de  $6 \times 10^{15}$  GeV est obtenue à l'aide de quatre sursauts vus par BATSE et OSSE<sup>4</sup>. En combinant les données de ces deux détecteurs, l'écart d'énergie est de l'ordre de 1 MeV.

Dans [141], les données de 35 sursauts vus par SWIFT, BATSE et HETE-2<sup>5</sup> sont combinées et la limite obtenue est de presque  $10^{16}$  GeV. La combinaison des résultats de différentes expériences pose le problème délicat de la prise en compte des effets systématiques de chaque instrument.

Dans [142], Shaefer donne une limite de  $8.3 \times 10^{16}$  GeV en utilisant des photons de 30 keV et 80 MeV du sursaut GRB 930131. Il ne précise pas la méthode utilisée.

Toujours en utilisant un seul sursaut (GRB 021206) dans une gamme d'énergie de 3 keV à 17 MeV, Boggs et ses collaborateurs parviennent à une limite de  $1.8 \times 10^{17}$  GeV [143]. Les auteurs utilisent deux méthodes distinctes pour mesurer les écarts en temps : ils effectuent des ajustements des pics d'émission avec des gaussiennes ou bien ils étudient de manière statistique la position et la dispersion des temps d'arrivées des photons dans un intervalle de temps encadrant le pic d'émission.

Avec un autre type de source, le blazar Markarian 421, et en utilisant les données au TeV du détecteur WHIPPLE (cf. Chap. 1), Biller et ses collaborateurs obtiennent une limite de  $4 \times 10^{16}$  GeV [144].

Jusqu'à présent, tous les exemples donnés se basent sur la mesure de décalages temporels entre les pics d'émission dans différentes bandes d'énergie. Le dernier exemple que nous allons donner utilise une méthode différente. Une violation de la symétrie de Lorentz pourrait aussi se traduire par l'existence d'un cutoff dans le spectre synchrotron d'une nébuleuse comme celle du Crabe. Selon cette approche, Jacobson *et al.* donnent une limite beaucoup plus haute, autour de  $10^{26}$  GeV [145].

<sup>4</sup>OSSE était aussi sur le satellite CGRO.

<sup>5</sup>Les auteurs ont utilisé les données publiques de ces trois expériences. Il s'agit des données par bande d'énergie, et non pas des données photon-photon.



# Chapitre 9

---

## Données et méthode d'analyse

### 9.1 Introduction

Pour chercher un effet de gravitation quantique dans les données du satellite HETE-2, nous allons étudier les courbes de lumières de douze sursauts gamma dans différentes bandes d'énergie. Nous déterminerons les écarts temporels entre les pics d'émission.

Dans un premier temps, nous commencerons par décrire les données utilisées. Nous étudierons les courbes de lumière sur des intervalles de temps dépendant du niveau de bruit. Nous choisirons différentes bandes d'énergies qui nous permettront d'obtenir différentes valeurs pour  $\Delta E$ .

Dans un deuxième temps, nous décrirons notre méthode pour débruiter les courbes de lumière et pour repérer les extrema à l'aide de la transformée en ondelettes (cf. An. C). La transformée en ondelettes est une technique adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires. Elle est de plus en plus utilisée dans de nombreux domaines [146].

### 9.2 Données et analyses préliminaires

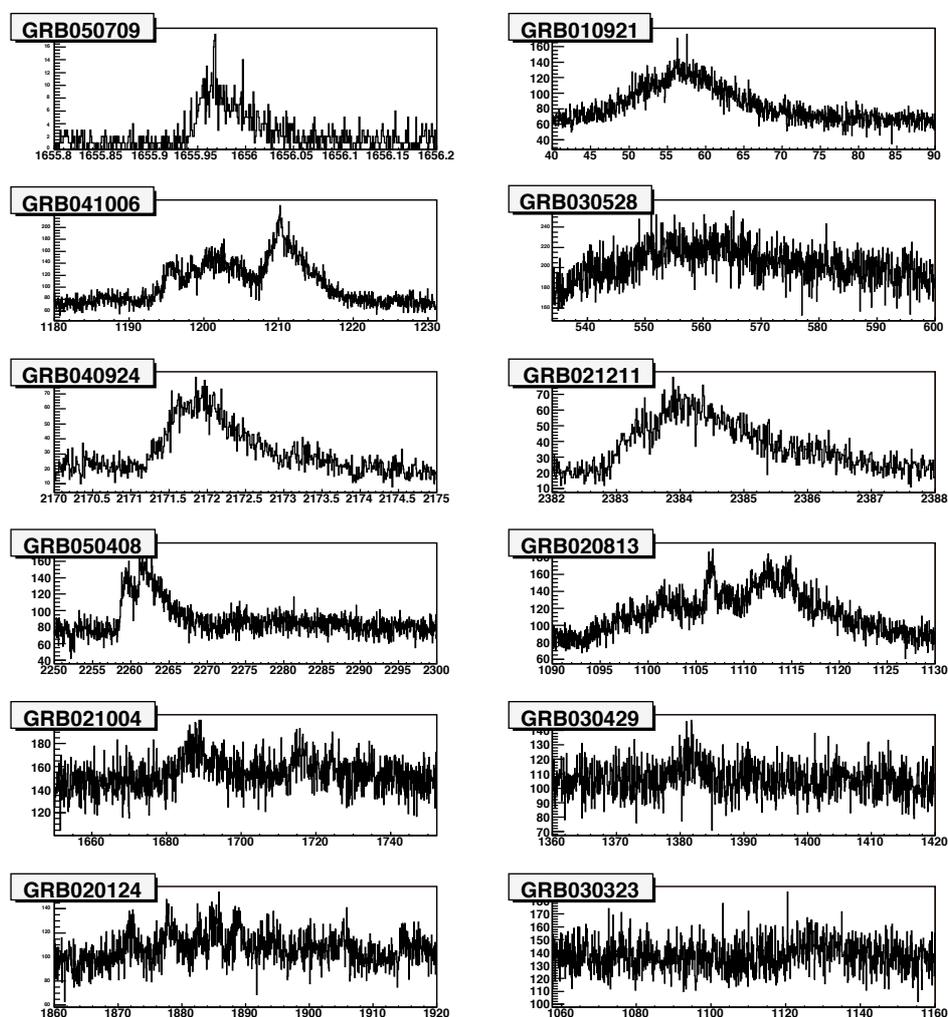
#### 9.2.1 Les données

Les données sont constituées des 12 sursauts pour lesquels nous avons à la fois une mesure de redshift et les données photon-photon de FREGATE (cf. Chap. 4). Ces GRB ont été observés entre septembre 2001 et juillet 2005. La table 9.1 (page suivante) regroupe les informations concernant chaque sursaut : redshift, valeur correspondante de  $K_l$  (déduite de l'équation 8.14), durée et  $E_{peak}$ .

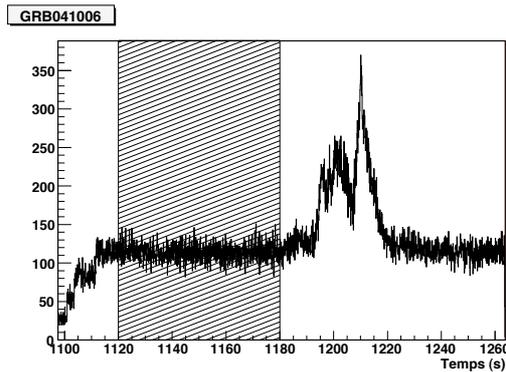
Les sursauts sont à des distances comprises entre  $z = 0.16$  et  $z = 3.37$ . La figure 9.1 de la page 158 montre les courbes de lumière de tous les sursauts par ordre croissant de distance. Plus les GRB sont lointains, plus le rapport signal sur bruit diminue. On peut donc dire intuitivement qu'il sera plus difficile d'identifier des paires d'extrema dans les courbes de lumière des sursauts les plus lointains.

**Tab. 9.1:** Ensemble des sursauts utilisés dans notre étude. Ces sursauts ont été observés entre septembre 2001 et avril 2005 et disposent tous d'une mesure du redshift. T90 est le temps pendant lequel le taux de comptage passe de 5% à 95% du nombre total de photons détectés. Les GRB sont classés par  $K_l$  croissants.

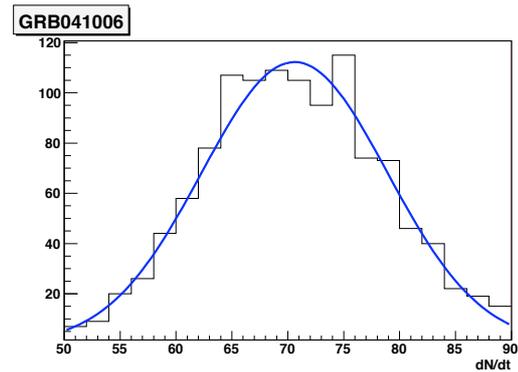
| GRB        | $z$  | $K_l$ | T90 (s)<br>(30-400 keV) | $E_{peak}$<br>(keV) |
|------------|------|-------|-------------------------|---------------------|
| GRB 050709 | 0.16 | 0.13  | 0.07                    | 86                  |
| GRB 010921 | 0.45 | 0.28  | 21.1                    | 88                  |
| GRB 041006 | 0.71 | 0.35  | 19.0                    | 47                  |
| GRB 030528 | 0.78 | 0.36  | 21.6                    | 32                  |
| GRB 020124 | 3.20 | 0.36  | 46.4                    | 87                  |
| GRB 030323 | 3.37 | 0.36  | 27.8                    | 60                  |
| GRB 040924 | 0.86 | 0.37  | 2.68                    | 41                  |
| GRB 030429 | 2.65 | 0.38  | 10.3                    | 35                  |
| GRB 021211 | 1.01 | 0.39  | 2.41                    | 46                  |
| GRB 021004 | 2.32 | 0.39  | 53.2                    | 80                  |
| GRB 050408 | 1.24 | 0.40  | 15.3                    | 21                  |
| GRB 020813 | 1.25 | 0.40  | 89.3                    | 142                 |



**Fig. 9.1:** Les courbes de lumière des douze sursauts dans la bande d'énergie 6–400 keV. Les courbes de lumière ont des aspects variés. Les sursauts sont classés du plus proche (en haut à gauche) au plus éloigné (en bas). Les axes X sont gradués en secondes.



**Fig. 9.2:** Courbe de lumière brute du GRB 041006 dans la bande d'énergie 6–400 keV. À l'extrême gauche, on voit l'effet des déclenchements successifs des quatre détecteurs de FREGATE. La zone hachurée montre la zone où le bruit a été étudié.



**Fig. 9.3:** L'histogramme est obtenu en projetant la courbe de lumière de la figure 9.2 dans la zone hachurée. La distribution obtenue est ajustée avec une gaussienne (ses paramètres sont donnés dans le tableau 9.2).

**Une remarque sur la durée des sursauts** La durée des sursauts est un paramètre important de cette étude car les GRB courts donnent un faible nombre de pics pouvant être utilisés pour mesurer des écarts temporels. Dans nos données, la durée des sursauts va de 70 ms à presque 90 s<sup>1</sup>.

## 9.2.2 Détermination des intervalles d'étude

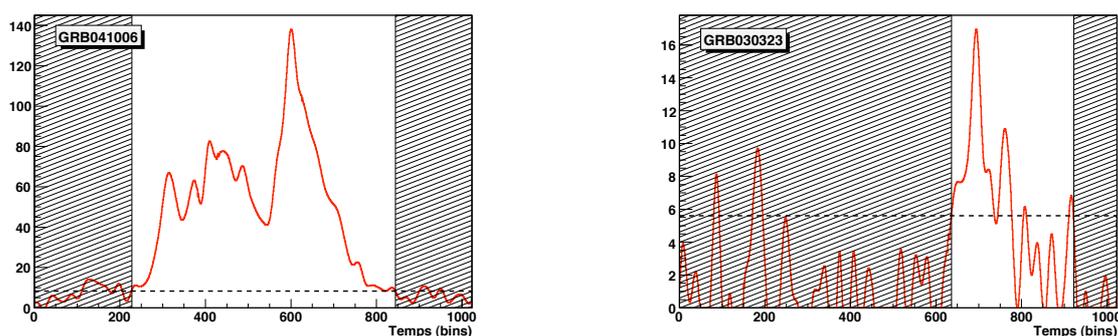
La première opération effectuée sur les données brutes est de tracer les courbes de lumière. Une courbe de lumière est en fait un histogramme des temps d'arrivée des photons. Pour pouvoir être fourni comme entrée à la transformée en ondelettes en vue du débruitage, cet histogramme doit avoir un nombre de bins égal à une puissance de deux (cf. annexe C).

Comme le contenu des bins dépend de leur largeur, nous avons utilisé le même binning dans toute l'étude. Le nombre de bins ainsi que la largeur des bins est indiqué dans les deux premières colonnes du tableau 9.2 (page suivante).

Les courbes de lumières brutes (cf. Fig. 9.2) présentent une partie où le sursaut proprement dit n'a pas encore commencé. Nous utilisons cette partie (zone hachurée de la figure 9.2) des données pour évaluer le niveau de bruit. Une projection est réalisée pour obtenir la distribution de la figure 9.3. Un ajustement avec une gaussienne nous permet ensuite d'obtenir le niveau moyen du bruit de fond et la variance du bruit  $\sigma_{\text{bck}}$ . Les deux dernières colonnes du tableau 9.2 résument les résultats des ajustements pour tous les sursauts.

Pour déterminer les intervalles d'étude, c'est-à-dire les intervalles en temps dans lesquels nous allons rechercher les extrema, on commence par débruiter les courbes de lumières (prises entre 8 keV et 350 keV) par la méthode décrite dans la section 9.3.1 et soustraire le niveau du fond. Comme le montre la figure 9.4, on superpose ensuite la valeur de  $\sigma_{\text{bck}}$ . La portion de la courbe de lumière utilisée pour la recherche d'extrema est celle où le nombre de photons détectés est supérieur à  $\sigma_{\text{bck}}$ . Dans le cas où la courbe de lumière est très bruitée (c'est le cas pour GRB 030323 et GRB 030429), on choisit une limite moins contraignante :  $0.5 \sigma_{\text{bck}}$  (cf. Fig. 9.4 à droite).

<sup>1</sup>L'émission du sursaut GRB 020813 était particulièrement longue. Du fait de la taille limitée des buffers, seule la première moitié a pu être enregistrée. Cela n'affecte en rien l'étude menée ici.



**Fig. 9.4:** Courbes de lumières débruitées et dont le bruit a été soustrait des sursauts GRB 041006 et GRB 030323. À gauche, pour le GRB 041006, la ligne horizontale correspond à  $1\sigma_{\text{bck}}$ . À droite, pour le GRB 030323, la ligne horizontale correspond à  $0.5\sigma_{\text{bck}}$ . Les zones hachurées montrent les parties des courbes de lumières qui n'ont pas été prises en compte pour la recherche des extrema. L'axe des abscisses est gradué en bins et non pas en secondes.

**Tab. 9.2:** Binning choisi pour réaliser les courbes de lumières. Estimation du niveau de bruit (moyenne et variance). Le nombre de bin est égal à une puissance de deux. Le niveau du fond et la variance du bruit sont les résultats des fits avec des gaussiennes comme le montre l'exemple de la figure 9.3.

| Sursaut    | Nombre de bins | Largeur d'un bin (ms) | Niveau du fond  | Variance du bruit $\sigma_{\text{bck}}$ |
|------------|----------------|-----------------------|-----------------|---|
| GRB 050709 | 512            | 0.8                   | $0.8 \pm 0.1$   | $1.4 \pm 0.1$                           |
| GRB 010921 | 1024           | 48.8                  | $65.3 \pm 0.4$  | $7.9 \pm 0.3$                           |
| GRB 041006 | 1024           | 50.0                  | $70.2 \pm 0.6$  | $8.3 \pm 0.5$                           |
| GRB 030528 | 1024           | 64.4                  | $177.4 \pm 1.4$ | $12.8 \pm 0.9$                          |
| GRB 020124 | 1024           | 58.6                  | $95.0 \pm 0.6$  | $8.7 \pm 0.5$                           |
| GRB 030323 | 1024           | 100.0                 | $137.4 \pm 0.4$ | $11.2 \pm 0.4$                          |
| GRB 040924 | 512            | 9.7                   | $15.5 \pm 0.1$  | $3.7 \pm 0.1$                           |
| GRB 030429 | 1024           | 58.6                  | $104.6 \pm 0.8$ | $9.6 \pm 0.7$                           |
| GRB 021211 | 512            | 11.7                  | $20.3 \pm 0.1$  | $4.4 \pm 0.1$                           |
| GRB 021004 | 1024           | 100.0                 | $146.5 \pm 1.1$ | $11.6 \pm 1.0$                          |
| GRB 050408 | 1024           | 48.8                  | $73.7 \pm 0.8$  | $9.6 \pm 0.6$                           |
| GRB 020813 | 1024           | 39.1                  | $81.6 \pm 0.8$  | $9.9 \pm 0.7$                           |

**Tab. 9.3:** Les différents scénarios utilisés pour le choix des bandes d'énergie.

| Scenario | Bande d'énergie 1 | Bande d'énergie 2 |
|----------|-------------------|-------------------|
| #1       | 20-35 keV         | 60-350 keV        |
| #2       | 8-30 keV          | 60-350 keV        |
| #3       | 8-20 keV          | 60-350 keV        |
| #4       | 8-20 keV          | 30-350 keV        |
| #5       | 8-30 keV          | 30-350 keV        |
| #6       | 8-20 keV          | 40-350 keV        |
| #7       | 8-30 keV          | 40-350 keV        |
| #8       | 8-40 keV          | 40-350 keV        |
| #9       | 20-35 keV         | 40-350 keV        |
| #10      | 8-20 keV          | 50-350 keV        |
| #11      | 8-30 keV          | 50-350 keV        |
| #12      | 8-40 keV          | 50-350 keV        |
| #13      | 8-50 keV          | 50-350 keV        |
| #14      | 20-35 keV         | 50-350 keV        |

### 9.2.3 Choix des bandes d'énergie

Au contraire d'un instrument comme BATSE qui donnait les taux de comptage dans des bandes d'énergie fixes<sup>2</sup>, FREGATE fournit l'énergie et le temps d'arrivée de chaque photon individuel. Nous avons donc choisi d'effectuer notre étude en considérant plusieurs combinaisons de bandes d'énergie. Cela nous permet de tester le modèle décrit par l'équation 8.13 pour plusieurs valeurs de  $\Delta E$ .

Les différents scénarios sont donnés par le tableau 9.3. Ils correspondent globalement à des valeurs de  $\Delta E$  différentes, mais la valeur réelle de l'écart d'énergie dépend aussi du spectre de chaque sursaut. Pour un scénario donné, plus le spectre est plat, plus le  $\Delta E$  réel est petit.

### 9.2.4 Étude des spectres

En traçant un histogramme de l'énergie mesurée pour chaque photon, on obtient un spectre. C'est le spectre mesuré par l'instrument, et pas celui du sursaut lui-même. Pour obtenir le spectre suivant la loi de Band, il faudrait déconvoluer la réponse de l'instrument, ce que nous ne ferons pas ici.

Dans la bande d'énergie qui nous intéresse pour cette étude, 8–350 keV, les spectres mesurés<sup>3</sup> sont globalement assimilables à des lois de puissances. Nous avons donc réalisé des ajustements avec la formule suivante :

$$\frac{dN_\gamma}{dE} = A \exp(-\alpha_1 E) + B \exp(-\alpha_2 E) + C. \quad (9.1)$$

La figure 9.5 de la page 162 montre l'exemple du spectre du GRB 041006 avec un bin de 3.42 keV. Les paramètres obtenus par ajustement sont présentés dans le tableau 9.4.

**Une remarque sur le choix des bandes d'énergie** Pour choisir les bandes d'énergie, deux facteurs opposés doivent être pris en compte. D'une part, l'effet de gravitation quantique doit être plus accentué si  $\Delta E$  est grand. D'autre part, plus  $\Delta E$  est grand, plus les courbes de lumière dans les deux bandes sont dissemblables et plus il est difficile de trouver des extrema qui se correspondent dans les deux intervalles d'énergie.

## 9.3 Méthode : débruitage et localisation des extrema

Comme nous l'avons vu plus haut, les courbes de lumières sont obtenues en réalisant des histogrammes du temps d'arrivée des photons. Les différentes coupures sur l'énergie présentées dans la section 9.2.3 sont appliquées pour obtenir un histogramme pour chaque bande d'énergie et pour chaque GRB. Le binning utilisé est celui donné dans le tableau 9.2.

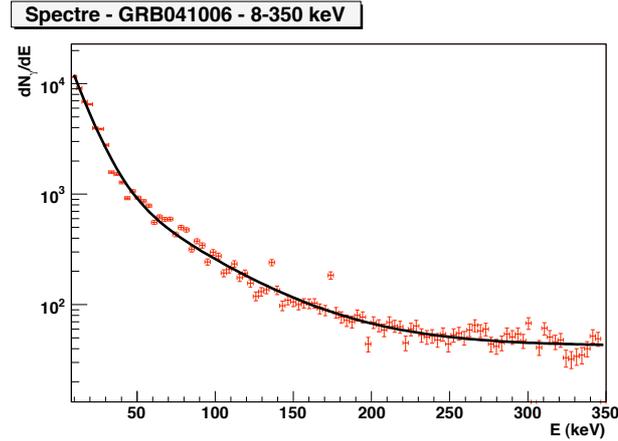
Nous allons maintenant voir comment on peut débruiter ces courbes de lumière et repérer leurs extrema à l'aide de la transformée en ondelettes. Cette technique est adaptée à l'étude des signaux non-stationnaires<sup>4</sup>.

Des informations complémentaires sur les transformées en ondelettes sont données dans l'annexe C.

<sup>2</sup>25-55 keV, 55-110 keV, 110-320 keV et au delà de 320 keV.

<sup>3</sup>Il s'agit bien ici du spectre mesuré, et non du spectre du sursaut. Pour obtenir le spectre du sursaut, il faut tenir compte de la réponse de l'instrument (cf. Fig. 2.10).

<sup>4</sup>Signaux dont le contenu fréquentiel change au cours du temps.



**Fig. 9.5:** Le spectre du GRB 041006 dans la bande 8–350 keV, tel que mesuré par FREGATE. Les points sont ajustés par la somme de deux exponentielles et d'une constante.

**Tab. 9.4:** Indices spectraux des douze sursauts gamma obtenus par le fit avec la somme de deux exponentielles et d'une constante (cf. Eq. 9.1).

| Sursaut    | $K_I$ | A           | $\alpha_1$  | B        | $\alpha_2$  | C          |
|------------|-------|-------------|-------------|----------|-------------|------------|
| GRB 050709 | 0.13  | 261±43      | 0.099±0.017 | 27±17    | 0.027±0.008 | 1.13±0.24  |
| GRB 010921 | 0.28  | 18960±329   | 0.095±0.001 | 1160±62  | 0.019±0.001 | 41.82±1.55 |
| GRB 041006 | 0.35  | 25910±362   | 0.092±0.001 | 1803±89  | 0.021±0.001 | 42.22±1.38 |
| GRB 030528 | 0.36  | 161179±1822 | 0.140±0.001 | 3441±110 | 0.025±0.001 | 82.86±1.60 |
| GRB 020124 | 0.36  | 30140±407   | 0.093±0.001 | 1671±76  | 0.018±0.001 | 91.34±2.40 |
| GRB 030323 | 0.36  | 18680±311   | 0.094±0.001 | 784±55   | 0.018±0.001 | 35.83±1.44 |
| GRB 040924 | 0.37  | 4665±186    | 0.084±0.003 | 358±63   | 0.021±0.001 | 10.20±1.00 |
| GRB 030429 | 0.38  | 13560±536   | 0.114±0.003 | 606±76   | 0.023±0.001 | 24.37±1.40 |
| GRB 021211 | 0.39  | 3988±115    | 0.079±0.002 | 353±43   | 0.019±0.001 | 8.45±0.71  |
| GRB 021004 | 0.39  | 24920±367   | 0.094±0.001 | 1172±67  | 0.018±0.001 | 76.51±2.16 |
| GRB 050408 | 0.40  | 28980±463   | 0.106±0.001 | 1012±58  | 0.019±0.001 | 50.03±1.61 |
| GRB 020813 | 0.40  | 45190±769   | 0.122±0.001 | 2508±52  | 0.017±0.001 | 41.36±2.03 |

### 9.3.1 Débruitage et transformée en ondelettes discrètes

Pour débruiter un signal, il est possible de lui appliquer un filtre pour supprimer les hautes fréquences. Cela coupe le bruit, mais toutes les transitions brusques du signal sont supprimées également. La transformée en ondelettes discrète permet d'éliminer le bruit tout en gardant les irrégularités importantes. C'est justement à l'aide de ces irrégularités que nous effectuerons l'analyse temporelle des courbes de lumière.

#### Transformée en ondelettes discrètes

Une fonction ondelette est une fonction qui oscille (d'où son nom) et que l'on peut décaler dans le temps et dilater d'un certain facteur d'échelle. On peut montrer que certaines fonctions ondelettes, lorsqu'elles sont dilatées et translatées forment une base orthonormée de fonctions. Une telle base peut être définie par :

$$\left\{ \psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t - 2^j n}{2^j} \right) \right\}_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2} \quad (9.2)$$

où  $\psi$  est appelée l'*ondelette mère*. Cette ondelette est dilatée d'un facteur  $2^j$  et translatée de la valeur  $n$ . La transformée en ondelettes discrètes (DWT de l'anglais *Discrete Wavelet Transform*) est en fait la décomposition d'un signal donné sur une base orthonormée (BON) de fonctions ondelettes.

De la même façon qu'un vecteur réel peut être décomposé sur une base orthonormée de  $\mathbb{R}$ , un signal peut être décomposé sur une BON d'ondelettes. Le résultat de cette décomposition est un ensemble de coefficients, les *coefficients d'ondelette*. Il est aussi possible de retrouver un signal en connaissant ces coefficients d'ondelette.

La DWT est une décomposition finie. Elle s'effectue jusqu'à un certain niveau  $L$ . Comme nous le verrons plus loin, le choix de ce paramètre a une influence sur la qualité du débruitage.

### Coefficients d'ondelettes

Ces coefficients d'ondelette donnent une indication sur les variations du signal : les coefficients faibles reflètent les petites variations du signal et les grands coefficients traduisent des variations importantes. Un signal bruité donne deux types de coefficients : de petits coefficients pour le bruit, et des grands coefficients pour le signal proprement dit. Il en découle qu'en prenant la DWT d'un signal bruité, en appliquant un seuil à ces coefficients et en prenant la DWT inverse, on peut débruiter le signal de départ. On obtient en fait une estimation de ce signal. Encore faut-il trouver une méthode qui fasse que l'estimation soit de qualité.

### Seuillage des coefficients

On peut appliquer différents seuils pour débruiter un signal. La manière la plus simple est d'annuler tous les coefficients en dessous d'un certain seuil. On parle alors de *seuil dur*. Dans le prochain chapitre, nous préférons un *seuil doux* (ainsi qu'on le nomme) qui améliore l'estimation du signal et qui est défini par

$$\rho_T(x) = \begin{cases} x - T & \text{si } x \geq T \\ x + T & \text{si } x \leq -T \\ 0 & \text{si } |x| < T. \end{cases} \quad (9.3)$$

David Donoho et Ian Johnstone [147] donnent une expression pour déterminer le seuil  $T$  :

$$T = \sigma \sqrt{2 \log_e N} \quad (9.4)$$

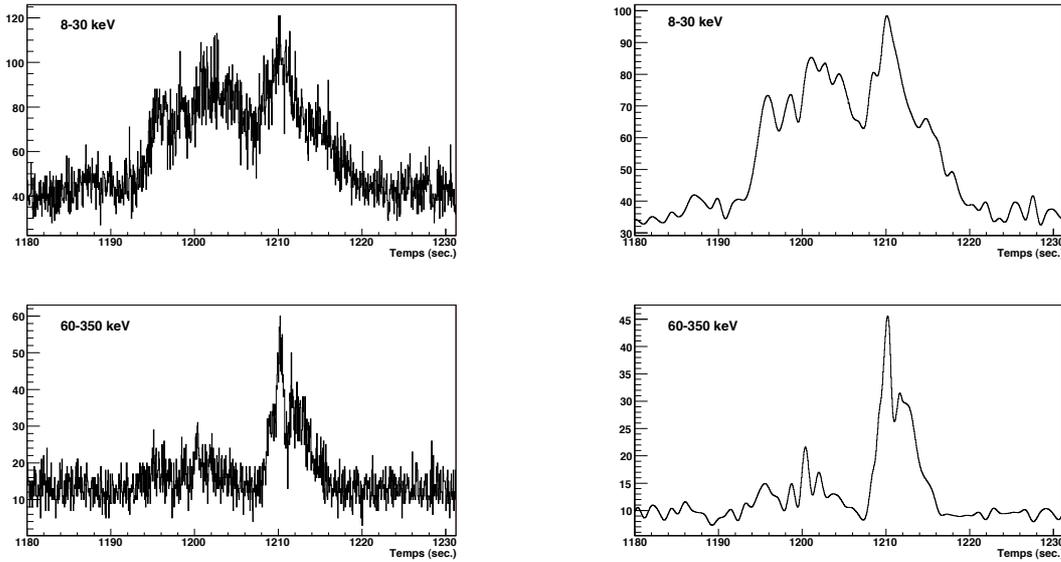
où  $\sigma$  est la variance du bruit supposé gaussien et  $N$  la taille du signal.  $\sigma$  n'est généralement pas connu a priori. On en fournit une estimation  $\tilde{\sigma}$  avec la méthode de la médiane.

Si  $M_X$  est la médiane des coefficients d'ondelette à l'échelle la plus fine alors  $\sigma$  peut-être estimé par

$$\tilde{\sigma} = \frac{M_X}{0.6745}. \quad (9.5)$$

### Application aux courbes de lumière

Pour appliquer la DWT aux courbes de lumière des sursauts, nous avons utilisé WaveLab [148], une boîte à outils d'analyse en ondelettes développé pour MatLab. La transformée en ondelettes discrètes est obtenue avec une ondelette Symmlet-10. Nous avons choisi d'utiliser



**Fig. 9.6:** Courbes de lumière du GRB 041006 pour les bandes d'énergie 8–30 keV et 60–350 keV avant (à gauche) et après débruitage (à droite).

l'ondelette Symmlet parce qu'elle est symétrique et parce que c'est cette ondelette qui est utilisée dans [140]. On utilise la méthode de seuil doux en estimant la variance du bruit avec la méthode de la médiane.

Plus  $L$  est grand, plus la courbe présente d'irrégularités. Nous avons choisi d'utiliser le niveau de décomposition qui a aussi été adopté dans [140] :  $L = 6$ . La figure 9.6 montre le résultat de ce débruitage pour le GRB 041006 et les deux bandes d'énergie du scénario #2.

### 9.3.2 Recherche d'extrema et transformée en ondelettes continues

Une fois les courbes de lumière débruitées, nous allons les étudier à l'aide de la transformée en ondelettes continues pour localiser les extrema. Cette transformée nous permettra également de les caractériser.

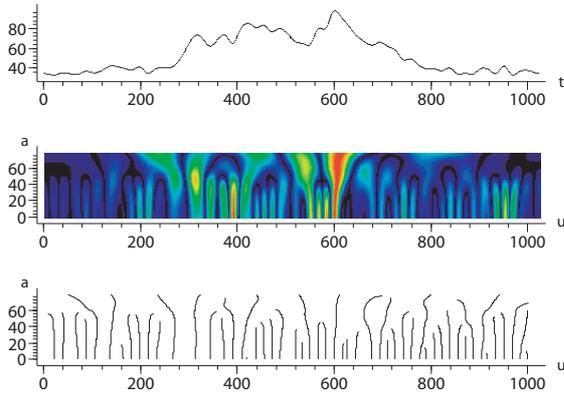
#### Transformée en ondelettes continues

Prendre la transformée en ondelettes continues (CWT de l'anglais *Continuous Wavelet Transform*) d'une fonction  $f$  consiste à convoluer cette fonction avec une fonction ondelette  $\psi$  décalée de  $u$  et dilatée du facteur  $s$  :

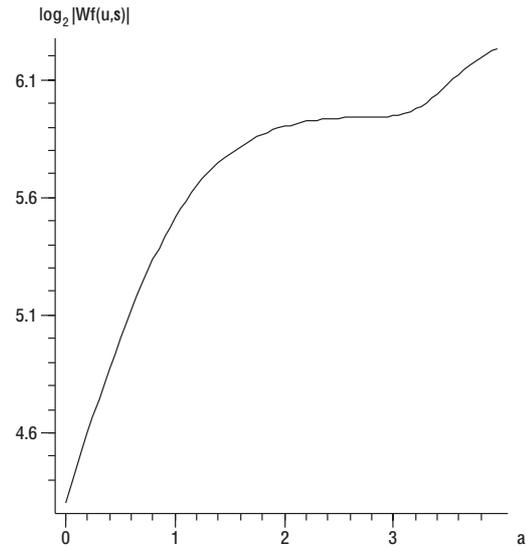
$$Wf(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left( \frac{t - u}{s} \right) dt. \quad (9.6)$$

$s$  est appelée l'*échelle* et elle a le même rôle que l'échelle d'une carte géographique : changer l'échelle, c'est regarder le signal avec plus ou moins de détails.

Dans la suite, la transformée en ondelettes continues sera effectuée avec l'ondelette *chapeau*



**Fig. 9.7:** CWT et modules maximaux d'une courbe de lumière du GRB 041006. En haut, le signal de départ. Au milieu, le scalogramme : en abscisse  $u$ , en ordonnée, l'échelle  $s$ . Chaque couleur correspond à une valeur du module  $|Wf(u, s)|$ . En bas, les modules maximaux.



**Fig. 9.8:** Évolution de  $|Wf(u, s)|$  en fonction de l'échelle  $s$  pour l'extrema en  $t \approx 600$  de la courbe de lumière de la figure 9.7 (en haut).

*mexicain*<sup>5</sup>, définie par :

$$\psi(t) = \frac{2}{\pi^{1/4} \sqrt{3}\sigma} \left( \frac{t^2}{\sigma^2} - 1 \right) \exp\left( \frac{-t^2}{2\sigma^2} \right). \quad (9.7)$$

### Modules maximaux

$Wf(u, s)$  mesure les variations de  $f$  au voisinage de  $u$ , ce voisinage ayant une taille proportionnelle à  $s$ . Autrement dit,  $Wf(u, s)$  peut être utilisée pour mesurer la régularité d'un signal. En fait, on peut montrer que toutes les singularités du signal étudié se traduisent par des maxima locaux de  $|Wf(u, s)|$  (les modules maximaux). Donc, si on calcule la CWT d'un signal et que l'on peut trouver les maxima locaux du module de la transformée en ondelettes, on peut détecter les singularités du signal. Ici on entendra par *singularité* les discontinuités mais aussi les extrema.

La figure 9.7 montre un graphique des modules maximaux pour une courbe de lumière obtenu à l'aide du logiciel LastWave [149]. À partir du moment où l'on dispose d'un tel graphique, il est très facile de repérer les singularités du signal. Chacune d'entre elles est en effet repérée par un ensemble de maxima locaux du module de la transformée en ondelettes.

### Coefficients de Lipschitz

En plus de pouvoir détecter les extrema du signal, la CWT nous offre aussi un moyen de caractériser ces extrema en donnant une mesure de la régularité lipschitzienne. Si on veut expliquer la régularité lipschitzienne de manière simple, on peut dire qu'elle mesure la discontinuité

<sup>5</sup>Une représentation graphique de cette fonction ondelette est donnée dans la section C.2.1.

d'un signal en un point en approchant ce signal par un polynôme. La définition complète est donnée dans la section C.3.2. Tout ce que nous devons retenir ici, c'est que chaque extrema se verra associer un coefficient  $\alpha$  appelé *coefficient de Lipschitz*. Ce coefficient nous fournira un critère de sélection.

Le coefficient de Lipschitz peut être déterminé de la manière suivante. Il est possible de suivre l'évolution des maxima locaux de  $|Wf(u, s)|$  depuis les grandes échelles vers les petites échelles. Comme par cette opération on se rapproche des détails les plus fins, le module de la transformée en ondelette a tendance à décroître. Mesurer le taux de décroissance de  $|Wf(u, s)|$  aux petites échelles (c'est-à-dire pour  $s$  inférieur à une certaine valeur  $s_0$ ) nous donne une mesure de  $\alpha$  :

$$\log_2 |Wf(u, s)| \leq \log_2 A + \left( \alpha + \frac{1}{2} \right) \log_2 s. \quad (9.8)$$

La figure 9.8 (page précédente) montre l'exemple d'un module maximal pour la singularité de la courbe de lumière de la figure 9.7 (en haut) en  $t = 600$ . En effectuant une approximation linéaire aux petites échelles (sur le graphique, les petites échelles sont à gauche), on peut déterminer la valeur de  $\alpha$ , ainsi que l'erreur sur  $\alpha$ . Ici, notre exemple donne  $\alpha + 1/2 \approx 1.4$ .

Pour effectuer la transformée en ondelettes continues, nous avons utilisé LastWave [149], un outil gratuit d'analyse des signaux développé au Centre de Mathématiques Appliquées de l'École Polytechnique.

L'annexe D apporte des précisions concernant les outils logiciels que nous avons utilisé en pratique pour effectuer les transformées en ondelettes.

# Chapitre 10

---

## Analyse temporelle des sursauts d'HETE-2 : résultats

### 10.1 Introduction

En appliquant la méthode décrite au chapitre précédent, nous allons ici donner nos résultats concernant l'analyse temporelle des douze sursauts gamma observés par le détecteur FREGATE à bord d'HETE-2 pour lesquels nous disposons à la fois d'une mesure de redshift et des données photon-photon.

Comme FREGATE fournit pour chaque photon détecté le temps d'arrivée et l'énergie, nous avons choisi dans un premier temps d'analyser ces données de manière statistique. C'est au vu de ces premiers résultats que l'analyse en ondelettes s'est avérée nécessaire.

Nous exposerons donc deux types de résultats : les résultats de l'analyse statistique simple et les résultats de l'analyse en ondelettes. Dans ce dernier cas, il sera nécessaire d'appliquer quelques critères de sélections. Au final, nous serons en mesure de donner une limite inférieure sur l'échelle de gravitation quantique  $E_{QG}$  pour les différents choix des bandes d'énergie exposés au chapitre précédent.

### 10.2 Étude statistique des données photon-photon

En guise d'étude préliminaire, nous avons utilisé les données photon-photon pour étudier de manière statistique les écarts des énergies moyennes et les écarts des temps d'arrivée moyens entre les photons des bandes d'énergie haute et basse.

Nous n'avons tenu compte ici que des photons dans les intervalles en temps où le rapport signal sur bruit est favorable. Ces intervalles sont déterminés par la méthode décrite dans la section 9.2.2 du chapitre précédent.

L'écart des énergies moyennes est défini par :

$$\Delta \langle E \rangle = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} E_i - \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} E_i = \langle E \rangle_2 - \langle E \rangle_1, \quad (10.1)$$

où  $N_1$  et  $N_2$  sont les nombres respectifs de photons dans les bandes d'énergie 1 et 2.

De même, l'écart des temps d'arrivée moyens est défini par :

$$\Delta \langle t \rangle = \langle t \rangle_2 - \langle t \rangle_1 . \quad (10.2)$$

Les résultats obtenus pour l'écart en énergie sont regroupés dans les tableaux 10.1 et 10.2 de la page 169. Nous les reproduisons ici car ils nous resserviront dans la section 10.4.2. Les erreurs pour le GRB 050709 sont plus élevées que pour les autres sursauts car il est très court : l'intervalle d'étude ne dure que 100 ms et le nombre de photons qui sont reçus dans cet intervalle de temps est d'environ 150.

Les figures 10.1 et 10.2 montrent l'évolution de  $\Delta \langle E \rangle$  et de  $\Delta \langle t \rangle$  en fonction de  $K_l$ .

Pour les écarts en énergie, la figure fait apparaître deux populations de sursauts pour  $K_l > 0.3$ . Les GRB avec un redshift plus faible (typiquement pour  $K_l(1+z) < 1$ ) donnent des valeurs de  $\Delta \langle E \rangle$  plus basses. Au contraire, les GRB avec un grand redshift (typiquement pour  $K_l(1+z) > 1$ ) donnent des  $\Delta \langle E \rangle$  plus grands. Ainsi, les deux groupes sur la figure 10.1 sont à  $121 \pm 2$  keV et  $135 \pm 5$  keV. L'existence de ces deux groupes est vraisemblablement due à un effet statistique causé par le faible nombre de sursauts.

L'évolution de  $\Delta \langle t \rangle$  en fonction de  $K_l$  (Fig. 10.2) ne présente aucune corrélation particulière et ne permet donc pas de conclure sur un effet comme celui décrit par l'équation 8.13. Les points du graphique présentent une dispersion importante.

L'analyse actuelle possède un inconvénient majeur : elle s'applique à des données dans lesquelles le bruit est toujours présent. Les photons du bruit peuvent introduire un biais qui empêcherait la découverte de tout effet physique, et en particulier d'un effet de gravitation quantique. Cela justifie l'étude des courbes de lumière par une technique plus évoluée et nous avons choisi d'utiliser la transformée en ondelettes.

**Une remarque sur le choix de la transformée en ondelettes** La transformée en ondelettes est un outil puissant pour l'étude des signaux non-stationnaires mais elle nécessite une statistique raisonnable. Des études de courbes de lumière à plus haute énergie, où les statistiques sont plus faibles, nécessiteraient l'emploi d'un autre type d'outils.

### 10.3 Analyse en ondelettes et sélections

Comme décrit au chapitre 9, la transformée en ondelette discrète est utilisée pour débruiter les courbes de lumière et la transformée en ondelettes continues permet de localiser les singularités.

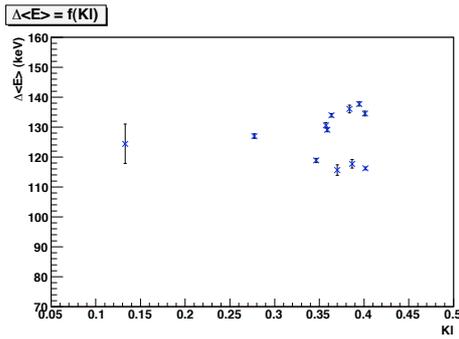
Dans la suite, nous traiterons séparément les maxima et les minima des courbes de lumières. En effet, comme un minimum correspond à une absence de photons, il ne véhicule pas *a priori* le même type d'information qu'un maximum.

Chaque extremum sera caractérisé par un coefficient de Lipschitz  $\alpha$  et par l'erreur sur ce coefficient  $\delta\alpha$ . D'autre part, nous déterminerons la dérivée discrète du signal pour chaque extremum<sup>1</sup> :

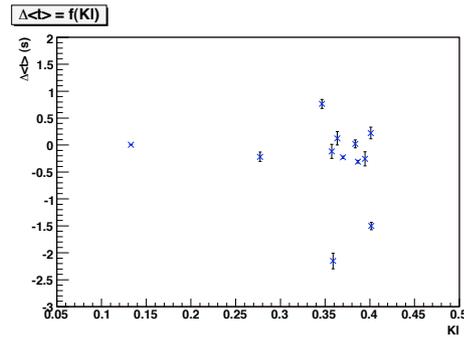
$$\frac{\Delta f}{\Delta t}(t = t_{ext}). \quad (10.3)$$

À partir de ces grandeurs, nous construirons des critères de sélection sur les extrema.

<sup>1</sup>Rappelons ici que le signal noté  $f$ , la courbe de lumière, est un signal discret.



**Fig. 10.1:** Ecarts moyens en énergie  $\Delta \langle E \rangle$  en fonction du paramètre  $K_l$  dans le cas du scénario #2. Deux populations sont visibles pour  $K_l > 0.3$ .



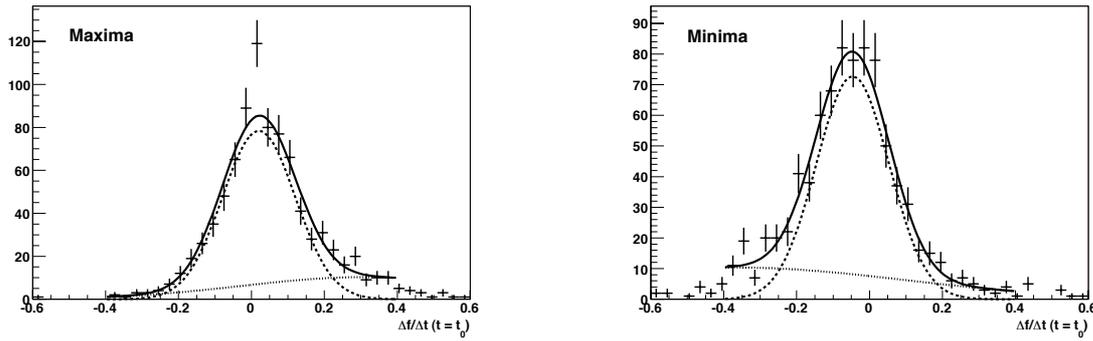
**Fig. 10.2:** Ecarts moyens en temps  $\Delta \langle t \rangle$  en fonction du paramètre  $K_l$  dans le cas du scénario #2. On ne remarque aucune corrélation particulière entre  $\Delta \langle t \rangle$  et la distance des sursauts.

**Tab. 10.1:** Valeurs des écarts d'énergie moyens  $\Delta \langle E \rangle$  pour les six premiers GRB et tous les choix des bandes d'énergie. Les valeurs sont données en keV avec les erreurs statistiques.

| Scénario | GRB 050709 | GRB 010921 | GRB 041006 | GRB 030528 | GRB 020124 | GRB 030323 |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| #1       | 115.2±6.5  | 117.4±0.8  | 109.5±0.7  | 118.3±0.6  | 124.5±0.6  | 121.1±0.9  |
| #2       | 124.4±6.5  | 127.0±0.8  | 118.8±0.7  | 129.1±0.6  | 134.0±0.6  | 130.6±0.9  |
| #3       | 127.6±6.5  | 130.1±0.8  | 122.1±0.7  | 131.3±0.6  | 137.2±0.6  | 133.6±0.9  |
| #4       | 82.6±4.6   | 85.6±0.6   | 76.7±0.5   | 81.6±0.4   | 93.3±0.5   | 86.3±0.7   |
| #5       | 79.4±4.7   | 82.5±0.6   | 73.5±0.5   | 79.4±0.4   | 90.1±0.5   | 83.3±0.7   |
| #6       | 98.0±5.3   | 103.0±0.7  | 94.0±0.6   | 101.8±0.5  | 111.1±0.5  | 105.1±0.8  |
| #7       | 94.8±5.3   | 99.9±0.6   | 90.8±0.6   | 99.6±0.5   | 107.9±0.5  | 102.1±0.8  |
| #8       | 92.8±5.3   | 97.9±0.7   | 88.8±0.6   | 98.3±0.5   | 105.9±0.5  | 100.3±0.8  |
| #9       | 85.6±5.3   | 90.3±0.7   | 81.5±0.6   | 88.8±0.5   | 98.5±0.5   | 92.6±0.8   |
| #10      | 112.2±5.9  | 117.0±0.7  | 108.3±0.6  | 116.9±0.6  | 124.8±0.5  | 120.4±0.8  |
| #11      | 109.0±5.9  | 113.9±0.7  | 105.1±0.6  | 114.8±0.6  | 121.6±0.5  | 117.4±0.8  |
| #12      | 107.0±5.9  | 111.9±0.7  | 103.1±0.6  | 113.5±0.6  | 119.6±0.5  | 115.6±0.8  |
| #13      | 105.2±5.9  | 110.2±0.7  | 101.5±0.6  | 112.5±0.6  | 117.9±0.6  | 114.1±0.8  |
| #14      | 99.8±5.9   | 104.3±0.7  | 95.8±0.6   | 104.0±0.6  | 112.1±0.5  | 108.0±0.8  |

**Tab. 10.2:** Valeurs des écarts d'énergie moyens  $\Delta \langle E \rangle$  pour les six autres GRB et tous les choix des bandes d'énergie. Les valeurs sont données en keV avec les erreurs statistiques.

| Scénario | GRB 040924 | GRB 030429 | GRB 021211 | GRB 021004 | GRB 050408 | GRB 020813 |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| #1       | 106.6±1.8  | 126.0±1.3  | 108.6±1.4  | 128.1±0.7  | 124.8±0.8  | 106.2±0.5  |
| #2       | 115.6±1.8  | 136.0±1.3  | 117.7±1.4  | 137.7±0.7  | 134.5±0.8  | 116.2±0.5  |
| #3       | 119.1±1.8  | 138.8±1.3  | 121.1±1.4  | 140.8±0.7  | 137.4±0.8  | 119.1±0.5  |
| #4       | 72.0±1.1   | 90.8±1.0   | 76.3±1.0   | 95.4±0.5   | 90.7±0.6   | 83.8±0.4   |
| #5       | 68.6±1.1   | 88.1±0.9   | 72.9±1.0   | 92.3±0.5   | 87.8±0.6   | 80.8±0.4   |
| #6       | 90.0±1.4   | 109.9±1.1  | 93.6±1.2   | 114.2±0.6  | 109.5±0.7  | 97.0±0.4   |
| #7       | 86.6±1.4   | 107.1±1.1  | 90.2±1.2   | 111.0±0.6  | 106.6±0.7  | 94.1±0.4   |
| #8       | 84.4±1.4   | 105.4±1.1  | 88.0±1.2   | 109.1±0.6  | 105.0±0.7  | 92.1±0.4   |
| #9       | 77.5±1.4   | 97.1±1.1   | 81.1±1.2   | 101.5±0.6  | 96.8±0.7   | 84.0±0.4   |
| #10      | 104.1±1.6  | 124.8±1.2  | 107.7±1.3  | 128.1±0.6  | 124.2±0.8  | 108.0±0.4  |
| #11      | 100.6±1.6  | 122.1±1.2  | 104.4±1.3  | 125.0±0.6  | 121.3±0.8  | 105.1±0.4  |
| #12      | 98.4±1.6   | 120.4±1.2  | 102.1±1.3  | 123.0±0.6  | 119.6±0.9  | 103.2±0.4  |
| #13      | 96.8±1.6   | 119.0±1.2  | 100.3±1.3  | 121.4±0.6  | 118.3±0.8  | 101.4±0.4  |
| #14      | 91.6±1.6   | 112.0±1.2  | 95.2±1.3   | 115.4±0.6  | 111.5±0.8  | 95.0±0.4   |



**Fig. 10.3:** Distribution des valeurs de la dérivée pour chaque singularité repérée par la CWT pour les douze sursauts et cinq bandes d'énergie différentes. À gauche, pour les maxima et à droite pour les minima. La courbe en trait continu est la somme des deux gaussiennes représentées en trait interrompu et en pointillés.

### 10.3.1 Sélections

#### Sélection sur la dérivée

La distribution des valeurs de la dérivée pour tous les maxima et les minima trouvés pour les douze sursauts dans les bandes d'énergie 20–35 keV, 8–20 keV, 8–30 keV, 30–350 keV et 60–350 keV est montrée par la figure 10.3 (points en forme de croix).

Comme on le voit, la dérivée n'est pas forcément nulle aux points donnés par la CWT. La CWT permet d'identifier des singularités en tenant compte de la forme du signal à différentes échelles mais ces singularités ne correspondent pas toujours à de "vrais" extrema. Il n'est donc pas surprenant que la dérivée ne soit pas nulle à chaque fois. D'autre part, la CWT identifie parfois des singularités qui n'en sont pas vraiment. On le remarque facilement sur figure 9.7 pour  $600 < u < 650$  où il y a trois courbes de modules maximaux qui ne correspondent à aucune singularité de la courbe de lumière.

Les distributions de la figure 10.3 sont ajustées à l'aide de la somme de deux gaussiennes (courbe continue) entre -0.4 et 0.4. Ces ajustements tendent à montrer la présence de deux populations d'extrema.

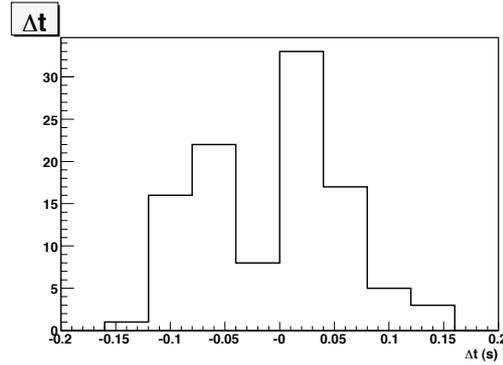
La première population, correspondant à la gaussienne centrée sur 0, correspond à de vrais extrema que la CWT a repéré un peu à côté de leurs positions réelles. La largeur de cette première gaussienne rend donc compte de l'erreur sur la position des extrema introduite par la CWT.

La deuxième gaussienne, très aplatie, qui prend en compte la queue de la distribution montre l'existence d'extrema probablement moins bien définis. Cette deuxième gaussienne tend à montrer la présence de faux extrema pour lesquelles la dérivée est très positive pour les maxima et très négative pour les minima.

À partir de ces distributions, nous avons choisi d'effectuer une coupure sur la valeur de la dérivée qui éliminerait au mieux les faux extrema :

$$\left| \frac{\Delta f}{\Delta t}(t = t_{ext}) \right| \leq 0.2, \quad (10.4)$$

pour les minima et les maxima. Cette coupure rejette environ 15% des maxima et 20% des minima.



**Fig. 10.4:** Distribution des écarts en temps pour les paires trouvées dans le cas du scénario #2.

### Sélections sur l'écart en temps $\Delta t$

Une fois les extrema sélectionnés avec la coupure sur la dérivée, on cherche à associer chaque extremum de la bande à basse énergie avec un extremum de la bande à haute énergie. Dans la suite, nous appellerons *paire* un couple d'extrema de même nature (minima ou maxima) mis en relation dans les deux bandes d'énergie. Comme annoncé plus haut, les maxima et les minima seront étudiés séparément.

Si on ne mettait pas de limite sur l'écart en temps entre les deux extrema d'une même paire, on pourrait fabriquer n'importe quelle paire avec les extrema des deux bandes mais sans aucune garantie que les paires ainsi formées aient un vrai sens physique.

La figure 10.4 montre l'exemple de la distribution des  $\Delta t$  pour les paires de maxima trouvées pour le scénario #2. Pour les autres scénarios, les distributions sont similaires et au final, nous avons choisi d'appliquer dans tous les cas une coupure telle que

$$|\Delta t| \leq 150 \text{ ms.} \quad (10.5)$$

### Sélections sur les coefficients de Lipschitz

Pour chaque paire, nous avons deux valeurs du coefficient de Lipschitz  $\alpha$  et deux valeurs pour l'erreur  $\delta\alpha$ . À l'aide de ces grandeurs nous construisons deux variables qui vont nous servir à sélectionner les paires candidates :

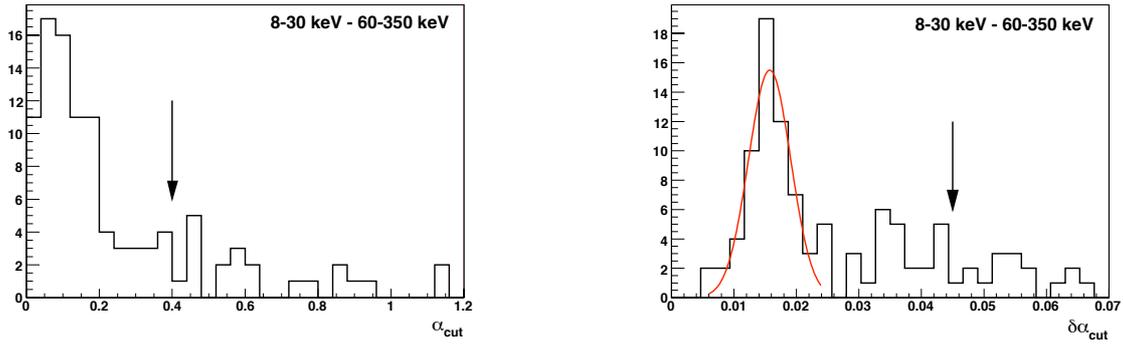
$$\begin{cases} \alpha_{\text{cut}} = |\alpha_2 - \alpha_1| \\ \delta\alpha_{\text{cut}} = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} \end{cases} \quad (10.6)$$

$\alpha_{\text{cut}}$  est l'écart entre les coefficients de Lipschitz. Nous considérons en effet ici que si deux extrema proches dans le temps ont des valeurs de  $\alpha$  proches, cela signifie qu'ils sont du même type et qu'ils ont toutes les chances d'avoir été créés par le même phénomène.

Les sélections que nous avons choisi d'appliquer sont basées sur l'étude des distributions de  $\alpha_{\text{cut}}$  et  $\delta\alpha_{\text{cut}}$  pour tous les scénarios. La figure 10.5 montre ces distributions dans le cas du scénario #1.

Nous avons retenu les coupures suivantes, pour les minima et les maxima :

$$\begin{cases} \alpha_{\text{cut}} < 0.4 \\ \delta\alpha_{\text{cut}} < 0.045. \end{cases} \quad (10.7)$$



**Fig. 10.5:** Distributions de  $\alpha_{cut}$  (à gauche) et  $\delta\alpha_{cut}$  (à droite) pour le scénario #1. Le maximum de la distribution de  $\delta\alpha_{cut}$  est ajusté avec une gaussienne pour relever sa position (ici le fit donne  $0.0157 \pm 0.0004$ ).

**Tab. 10.3:** Nombre de paires obtenues avant et après les sélections sur  $\sigma_{cut}$  et  $\alpha_{cut}$  en sommant sur tous les sursauts, pour tous les scénarios et en considérant tous les extrema.

| Scenario  | Avant coupures | Après coupures | Efficacité |
|-----------|----------------|----------------|------------|
| #1        | 154            | 111            | 72%        |
| #2        | 105            | 77             | 73%        |
| #3        | 121            | 81             | 67%        |
| #4        | 121            | 82             | 68%        |
| #5        | 104            | 73             | 70%        |
| #6        | 127            | 79             | 62%        |
| #7        | 104            | 65             | 62%        |
| #8        | 103            | 60             | 58%        |
| #9        | 148            | 96             | 65%        |
| #10       | 128            | 76             | 59%        |
| #11       | 109            | 69             | 63%        |
| #12       | 105            | 66             | 63%        |
| #13       | 92             | 52             | 56%        |
| #14       | 148            | 104            | 70%        |
| Moyenne : |                |                | 65%        |

La coupure sur  $\delta\alpha_{cut}$  est basée sur la position du maximum de la distribution. Ce maximum est en moyenne de 0.015 pour tous les scénarios et nous avons choisi de prendre une limite égale à trois fois cette valeur, soit 0.045. L'efficacité des coupures, donnée par le tableau 10.3, reste stable quel que soit le scénario choisi.

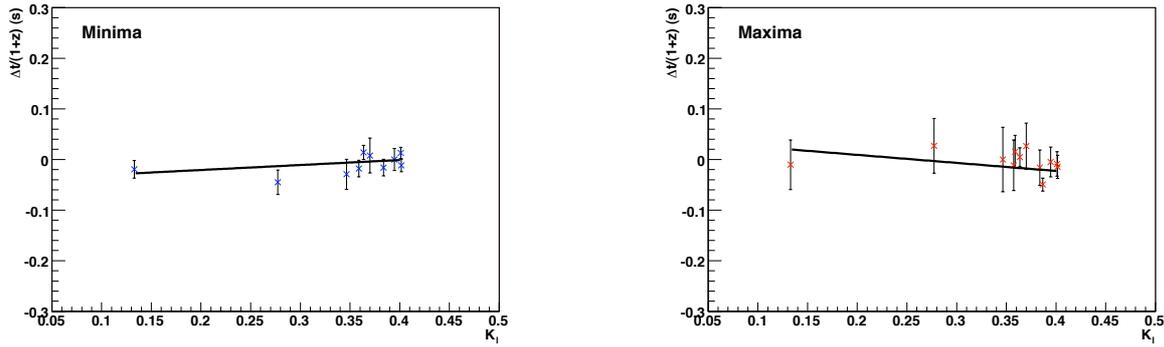
## 10.4 Résultats

### 10.4.1 $\Delta t$ en fonction de $K_l$

Après application de toutes les coupures et sélections, on détermine pour chaque sursaut la valeur  $\Delta t$ , moyenne des écarts en temps entre les pics d'émissions pour toutes les paires, ainsi que la valeur correspondante de la RMS. Nous obtenons donc une valeur de  $\Delta t$  ainsi qu'une valeur de la RMS pour chaque sursaut, c'est-à-dire pour chaque valeur de  $K_l$ .

À partir de la RMS, en notant  $N$  le nombre de paires et  $l_{bin}$  la largeur du bin choisie pour réaliser les courbes de lumière (cf. Tab. 9.2, Chap. 9), l'erreur sur  $\Delta t$  est déterminée de la manière suivante :

- si une seule paire est trouvée, l'erreur est définie par  $\max(l_{bin}, 10 \text{ ms})$  ;
- si il y a plus d'une paire, alors l'erreur est définie par



**Fig. 10.6:** Evolution de  $\Delta t$  en fonction de  $K_l$  pour le scénario #2. À gauche, en considérant seulement les minima. À droite, en considérant seulement les maxima.

- $l_{bin}/(N - 1)$  si la RMS est comprise entre 0 et  $l_{bin}$ ,
- $RMS/(N - 1)$  si la RMS est supérieure à  $l_{bin}$ .

Ainsi, les erreurs tiennent compte à la fois du nombre de paires trouvées pour chaque GRB, et de la largeur du bin choisie pour les courbes de lumière.

Comme nous cherchons à vérifier l'équation 8.13, nous allons déterminer les paramètres  $a$  et  $b$  de l'équation suivante :

$$\frac{\Delta t}{1+z} = a K_l + b. \quad (10.8)$$

Dans cette formule,  $b$  représente les effets sources. Ceux-ci subissent un effet cosmologique au même titre que l'écart en temps  $\Delta t$ . C'est pourquoi nous divisons  $\Delta t$  par  $(1+z)$  pour obtenir une relation affine en fonction de  $K_l$ . Le paramètre  $a$  dépend de l'échelle de gravitation quantique et on s'attend normalement à ce qu'il soit positif puisque l'effet doit augmenter avec la distance.

La figure 10.6 montre l'évolution de  $\Delta t$  en fonction de  $K_l$  pour le scénario #2 lorsque l'on considère les minima (à gauche) et les maxima (à droite). Tous les résultats des fits sont regroupés dans le tableau 10.4 (page suivante). À voir ces résultats, on constate que

- les maxima et les minima ont des comportements très différents ;
- pour les maxima, les valeurs de  $a$  et de  $b$  sont dans la majorité des cas compatibles avec zéro, à  $\pm 3\sigma$  ;
- pour les minima, 70% des scénarios donnent des valeurs de  $a$  significatives, et les valeurs de  $b$  sont souvent significatives également.

Cette différence de comportement entre les minima et les maxima ne pourrait être pleinement comprise avant une étude plus poussée. Notamment, le fait que l'effet ne soit pas significatif dans les maxima nous incite à compléter l'étude par la recherche d'une limite sur l'échelle de gravitation quantique par une méthode de minimisation de  $\chi^2$ .

### 10.4.2 Détermination d'une limite sur $E_{QG}$ par minimisation de $\chi^2$

Dans cette section, nous allons déterminer une limite inférieure sur l'échelle de gravitation quantique  $E_{QG}$ . En fait, nous allons chercher dans quelle mesure les écarts temporels mesurés entre des photons d'énergies différentes peuvent être dus à un effet de gravitation quantique, en supposant cet effet linéaire.

**Tab. 10.4:** Résultats des ajustements par l'équation 10.8 pour les minima et les maxima. Les erreurs données ici sont les erreurs des ajustements normalisées à  $\chi^2/\text{ndf} \sim 1$ .

| Scenario | Minima        |                | Maxima         |                |
|----------|---------------|----------------|----------------|----------------|
|          | a             | b              | a              | b              |
| #1       | 0.0178±0.0274 | -0.0047±0.0094 | 0.0448±0.1577  | -0.0055±0.0587 |
| #2       | 0.0985±0.0685 | -0.0405±0.0250 | -0.1591±0.1753 | 0.0410±0.0662  |
| #3       | 0.1302±0.0640 | -0.0504±0.0235 | -0.0018±0.0295 | 0.0034±0.0106  |
| #4       | 0.0813±0.2044 | -0.0524±0.0754 | -0.0501±0.1868 | 0.0045±0.0699  |
| #5       | 0.1224±0.0723 | -0.0431±0.0267 | -0.1747±0.1480 | 0.0461±0.0548  |
| #6       | 0.2015±0.0316 | -0.0702±0.0098 | -0.0142±0.0208 | 0.0100±0.0067  |
| #7       | 0.2499±0.1538 | -0.0662±0.0561 | 0.0491±0.0566  | -0.0192±0.0203 |
| #8       | 0.3321±0.0842 | -0.1005±0.0290 | -0.1281±0.0196 | 0.0387±0.0067  |
| #9       | 0.1071±0.0777 | -0.0544±0.0277 | -0.1090±0.1263 | 0.0272±0.0462  |
| #10      | 0.2193±0.0696 | -0.0691±0.0249 | -0.0191±0.0247 | 0.0135±0.0084  |
| #11      | 0.0989±0.0743 | -0.0353±0.0275 | 0.0038±0.0760  | -0.0066±0.0261 |
| #12      | 0.1597±0.0864 | -0.0589±0.0317 | -0.0326±0.0927 | 0.0280±0.0321  |
| #13      | 0.3428±0.0760 | -0.1023±0.0258 | 0.0359±0.0389  | -0.0160±0.0129 |
| #14      | 0.2922±0.0918 | -0.0816±0.0331 | -0.0383±0.1379 | 0.0174±0.0519  |

Pour cela, nous allons utiliser l'approche fréquentiste et définir la fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}$  par

$$\mathcal{L} = \exp\left(-\frac{\chi^2(M)}{2}\right), \quad (10.9)$$

où la fonction  $\chi^2$  est définie pour chaque scénario par :

$$\chi^2(M) = \sum_{\text{tous les GRBs}} \frac{\left(\frac{\Delta t_i}{1+z_i} - b - a_i(M) K_{l_i}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_i}{1+z_i}\right)^2 + \sigma_b^2} \quad (10.10)$$

avec

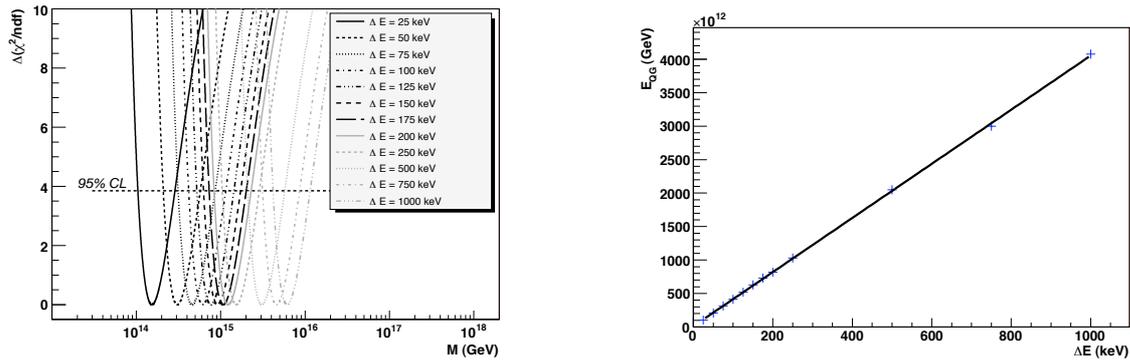
$$a_i(M) = \frac{1}{H_0} \frac{\Delta \langle E \rangle_i}{M}. \quad (10.11)$$

Dans les équations ci-dessus, l'indice  $i$  représente les sursauts. Pour chaque sursaut, nous avons une valeur de l'écart en temps moyen  $\Delta t_i$ , l'erreur sur cette valeur  $\sigma_i$  et une valeur de l'écart en énergie moyen  $\Delta \langle E \rangle_i$  (cf. Tab. 10.1 et 10.2). Les valeurs de  $b$  et l'erreur correspondante  $\sigma_b$  sont données dans le tableau 10.4. Les valeurs des redshifts  $z_i$  sont données dans le tableau 9.1.

$\chi^2$  est exprimé en fonction de l'échelle en énergie  $M$ . C'est ce paramètre que nous allons faire varier pour minimiser la fonction. Dans la suite,  $\chi^2$  sera toujours divisé par le nombre de degrés de liberté (ndf pour *number of degrees of freedom*) avec  $\text{ndf} = \text{nombre de sursaut} - 2$ . La valeur de  $\text{ndf}$  change d'un scénario à l'autre. Ensuite, le  $\chi^2$  est normalisé par rapport à sa valeur minimum<sup>2</sup> et enfin, il est décalé de 1 de manière à amener son minimum à zéro (d'où le  $\Delta$  dans la notation  $\Delta(\chi^2/\text{ndf})$ ). Cela nous permet d'obtenir directement les limites à 95% de niveau de confiance par intersection des courbes  $\Delta(\chi^2/\text{ndf}) = f(M)$  avec la droite d'ordonnée 3.96.

En guise de test, nous cherchons dans un premier temps à voir comment évolue le  $\chi^2$  en fonction de  $\Delta E$ . C'est ce que montre la figure 10.7, pour laquelle  $\Delta E$  varie entre 25 keV et 1 MeV, les autres paramètres étant constants. La limite est l'abscisse de la première intersection

<sup>2</sup>Cette valeur minimum est ainsi ramenée à 1.



**Fig. 10.7:** À gauche, évolution du  $\chi^2$  en fonction de  $M$  pour différentes valeurs de  $\Delta E$ , tous les autres paramètres restant constants. Pour cette figure,  $a$  est positif. À droite, limites à 95% CL obtenues avec la figure de gauche en fonction de  $\Delta E$ .

entre la courbe du  $\chi^2$  et la droite d'ordonnée 3.96 (pour un niveau de confiance à 95%). On vérifie que cette limite augmente linéairement quand  $\Delta E$  augmente. Ceci est illustré par le graphique de droite.

Après cette vérification, nous pouvons passer à l'étude de l'évolution de  $\chi^2$  en fonction de  $M$  pour tous les scénarios. Les fonctions  $\chi^2/\text{ndf} = f(M)$  présentent un minimum dont les valeurs sont regroupées dans le tableau 10.5 (page 177). On remarque que tous les scénarios donnent un minimum du  $\chi^2/\text{ndf}$  inférieur à 1, exceptés les scénarios #8 et #10 pour les maxima. Le scénario #8 en particulier donne une valeur très supérieure à 1, si bien que nous avons décidé de le rejeter.

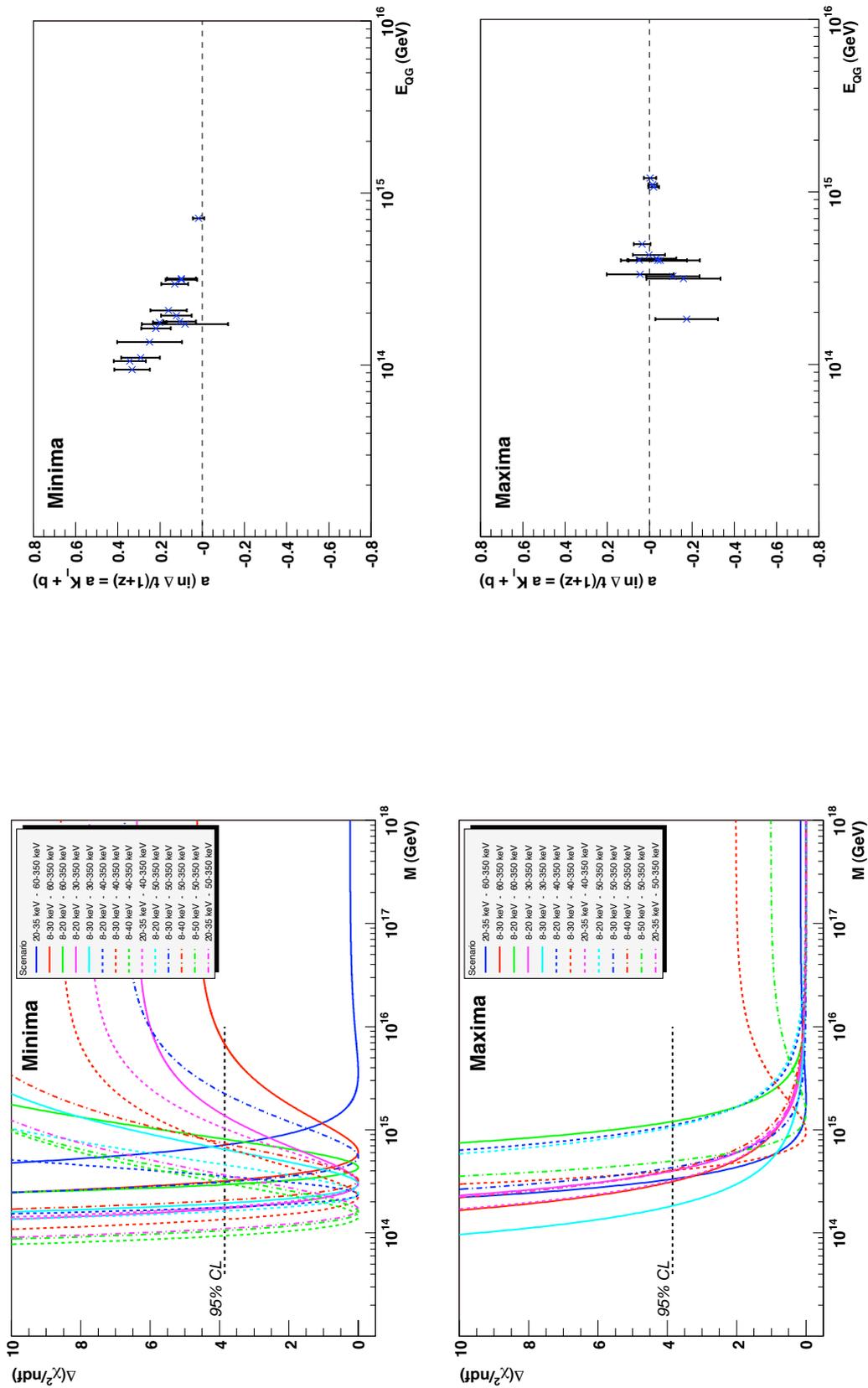
La figure 10.8 (page 176) montre les courbes de  $\Delta(\chi^2/\text{ndf})$  pour chaque scénario, pour les minima et les maxima. Les limites à 95% de niveau de confiance sont reportées dans le tableau 10.6. Elles sont globalement toutes comprises entre  $10^{14}$  GeV et  $10^{15}$  GeV.

Les courbes de la figure 10.8 qui ne présentent pas de minimum et tendent vers 0 correspondent aux cas où  $a$  est négatif, ce qui va à l'encontre de l'effet attendu compte-tenu de notre modèle. Le fait que l'effet avec les maxima soit peu significatif quelque soit le scénario est confirmé par la figure : les courbes ne présentent pas de minima très marqués. D'autre part, il ne semble pas y avoir de valeur préférée de la limite sur  $E_{QG}$ . La limite la plus haute obtenue dans le cas où  $a$  est positif est celle du scénario #13, c'est-à-dire pour les bandes 8–50 keV et 50–350 keV. Cette limite vaut  $5.0 \times 10^{14}$  GeV. Si on n'impose pas que  $a$  soit positif, la meilleure limite est  $1.2 \times 10^{15}$  GeV. Elle est obtenue pour le scénario #3, c'est-à-dire le scénario pour lequel le bras de levier en énergie est le plus grand pour tous les sursauts (cf. Tab. 10.1 et 10.2).

Pour les minima, presque tous les scénarios montrent un effet significatif et il semble y avoir une valeur de  $E_{QG}$  préférée entre  $10^{14}$  GeV et  $2 \times 10^{14}$  GeV. Ces deux observations sont difficiles à interpréter. Nous y reviendrons dans les conclusions.

Pour finir, nous allons encore examiner comment varie  $a$  en fonction de la limite sur  $E_{QG}$  (cf. Fig. 10.9). Pour les minima, il semble exister une corrélation entre  $a$  et la limite sur  $E_{QG}$ . Plus  $a$  est petit, plus la limite est grande. Pour les maxima, cette corrélation est moins nette et  $a$  augmente avec la valeur de la limite. Mais pour les minima aussi bien que pour les maxima, on remarque que  $a$  s'annule pour une valeur de  $M$  proche de  $10^{15}$  GeV.

À partir des maxima et en faisant l'hypothèse de l'absence de signal dû à la gravité quantique ( $a \sim 0$ ), notre meilleure limite sur  $E_{QG}$  est donc  $10^{15}$  GeV.



**Fig. 10.8:** Évolution de  $\chi^2$  en fonction de  $M$  pour les minima (en haut) et les maxima (en bas).

**Fig. 10.9:** Évolution de  $\alpha$  en fonction de la limite sur  $E_{QG}$  pour les minima (en haut) et les maxima (en bas).

**Tab. 10.5:** Valeurs minimums des  $\chi^2/\text{ndf}$  obtenus avec les différents scénarios pour les minima et les maxima. Ici, il s'agit du minimum du  $\chi^2$  défini par l'équation 10.10, avant normalisation.

| Scénario | Minima | Maxima |
|----------|--------|--------|
| #1       | 0.686  | 0.128  |
| #2       | 0.290  | 0.537  |
| #3       | 0.189  | 0.455  |
| #4       | 0.048  | 0.085  |
| #5       | 0.158  | 0.878  |
| #6       | 0.578  | 0.801  |
| #7       | 0.156  | 0.278  |
| #8       | 0.541  | 24.62  |
| #9       | 0.194  | 0.449  |
| #10      | 0.297  | 1.263  |
| #11      | 0.175  | 0.389  |
| #12      | 0.228  | 0.543  |
| #13      | 0.548  | 0.464  |
| #14      | 0.408  | 0.260  |

**Tab. 10.6:** Valeurs des limites sur  $E_{QG}$  (GeV) obtenues avec les différents scénarios pour les minima et les maxima.

| Scénario | Minima               | Maxima               |
|----------|----------------------|----------------------|
| #1       | $7.1 \times 10^{14}$ | $3.3 \times 10^{14}$ |
| #2       | $3.2 \times 10^{14}$ | $3.1 \times 10^{14}$ |
| #3       | $2.9 \times 10^{14}$ | $1.2 \times 10^{15}$ |
| #4       | $1.7 \times 10^{14}$ | $4.0 \times 10^{14}$ |
| #5       | $1.9 \times 10^{14}$ | $1.8 \times 10^{14}$ |
| #6       | $1.8 \times 10^{14}$ | $1.1 \times 10^{15}$ |
| #7       | $1.4 \times 10^{14}$ | $4.0 \times 10^{14}$ |
| #8       | $9.4 \times 10^{13}$ | -                    |
| #9       | $1.8 \times 10^{14}$ | $3.2 \times 10^{14}$ |
| #10      | $1.6 \times 10^{14}$ | $1.1 \times 10^{15}$ |
| #11      | $3.1 \times 10^{14}$ | $4.3 \times 10^{14}$ |
| #12      | $2.1 \times 10^{14}$ | $4.1 \times 10^{14}$ |
| #13      | $1.1 \times 10^{14}$ | $5.0 \times 10^{14}$ |
| #14      | $1.1 \times 10^{14}$ | $4.0 \times 10^{14}$ |

## 10.5 Discussion

### 10.5.1 Effets systématiques

Tout au long de cette étude, différents effets systématiques ont pu être évalués.

En ce qui concerne le débruitage, nous avons testé deux types d'ondelettes, et plusieurs valeurs pour le niveau de décomposition  $L$ .

Le fait de choisir l'ondelette Symmlet-10 ou l'ondelette Daubechies-10 ne modifie pas la position des extrema déterminée par la CWT. Ceci n'est guère étonnant dans la mesure où les deux fonctions sont assez semblables lorsqu'elles présentent toutes les deux dix moments nuls.

La figure 10.10 (page suivante) montre le résultat du débruitage avec deux niveaux de décompositions différents. Nous avons jugé que pour  $L = 5$ , la courbe perdait trop de ses irrégularités et que pour  $L = 7$ , il y en avait trop pour que l'analyse reste pertinente. Le choix du seuil ne modifie pas la position des extrema mais seulement leur nombre et nous avons pu observer que ce choix n'a pas d'influence significative sur la limite sur  $E_{QG}$ .

Différentes coupures ont été testées pour la détermination des intervalles de recherche des extrema (cf. Sec. 9.2.2). Nous avons essayé une valeur de la coupure à  $2 \sigma_{\text{bck}}$ . Le fait d'augmenter la valeur du seuil a pour effet de faire diminuer le nombre de paires candidates et donc d'altérer la sensibilité de notre étude. Pourtant, là encore, la limite finale ne varie pas de manière significative.

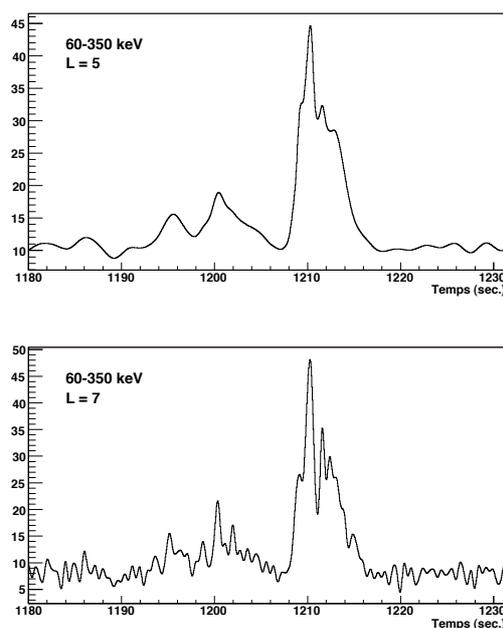
Pour la coupure sur la dérivée, nous avons envisagé une valeur de la coupure plus sélective à 0.1. Ce choix supprime presque la moitié des extrema (environ 46%). Nous avons donc préféré la coupure à 0.2 pour conserver une statistique acceptable.

Plusieurs valeurs de coupures ont été testées pour la sélection finale des paires. L'utilisation de coupures plus sélectives sur  $\delta\alpha_{\text{cut}}$  et  $\alpha_{\text{cut}}$ , avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{\text{cut}} < 0.2 \\ \delta\alpha_{\text{cut}} < 0.045 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{\text{cut}} < 0.4 \\ \delta\alpha_{\text{cut}} < 0.021 \end{array} \right. \quad (10.12)$$

n'ont montré aucune évolution des résultats tout en faisant diminuer la statistique. Nous ne les avons donc pas retenues.

Pour résumer, les différents tests que nous avons menés n'ont jamais entraîné une variation significative de notre limite sur l'échelle de gravitation quantique. Mis à part le choix de



**Fig. 10.10:** Effet du choix du niveau de décomposition sur la qualité du débruitage. Exemple de la courbe de lumière du GRB 041006 entre 60 et 350 keV. En haut avec  $L = 5$  et en bas avec  $L = 7$ .

l'ondelette de débruitage, tous ces essais donnent un nombre de paires plus ou moins élevé, ce qui rend notre analyse plus ou moins sensible, mais la meilleure limite finale reste toujours aux environs de  $10^{15}$  GeV.

### 10.5.2 À propos des effets source

Les études temporelles sur les sursauts comme celle que nous avons présentée dans ce chapitre se heurtent à deux problèmes principaux, liés à ce que l'on appelle les *effets source*, les effets intrinsèques liés à l'émission gamma des sursauts.

Nous avons vu au chapitre 2 (Sec. 2.3.3) que les pics d'émission sont plus courts et arrivent plus tôt à haute énergie qu'à basse énergie. Cet effet s'oppose à celui induit par la gravitation quantique. Il est donc nécessaire de raisonner en terme d'écart temporel moyen et d'étudier des sources à des distances différentes. C'est ce que nous avons fait.

Le deuxième problème vient du fait que les sursauts lointains que l'on détecte sont souvent plus brillants que les sursauts proches. Ces sursauts plus brillants présentent des décalages en temps plus faibles et comme les pics d'émission de haute énergie sont en avance par rapport aux pics de basse énergie, cela mime l'effet de gravitation quantique.

L'idéal serait donc de pouvoir tenir compte des effets sources, en appliquant une des deux (ou les deux) méthodes suivantes :

- modéliser les effets sources ;
- sélectionner un groupe de sursauts de luminosité comparables.

La modélisation des effets sources sort du cadre de cette thèse, mais elle deviendra de plus en plus nécessaire avec l'augmentation du nombre de sursauts détectés et la possibilité de placer des limites plus contraignantes sur  $E_{QG}$ .

L'étude d'un sous-groupe de sept GRB avec une luminosité comprise entre  $10^{52}$  erg et

$4 \times 10^{52}$  erg donne des résultats globalement similaires à ceux obtenus avec l'ensemble complet de sursauts, mais les limites sur  $E_{QG}$  sont un peu plus faibles du fait du manque de statistiques et du bras de levier en énergie plus restreint. Toutefois, dans le cas des minima, on observe toujours une valeur préférée de la limite sur l'échelle de gravitation quantique.

## 10.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons décrit notre analyse des courbes de lumière des douze sursauts gamma observés à ce jour par FREGATE pour lesquels nous disposons d'une mesure de redshift.

Les courbes de lumières, obtenues dans plusieurs bandes d'énergie, ont été débruitées en utilisant la transformée en ondelettes discrètes. La transformée en ondelettes continues nous a permis de localiser et de caractériser les pics d'émission. En regroupant deux extrema, l'un dans une bande d'énergie basse et l'autre dans une bande d'énergie haute, nous avons constitué des paires. Différents critères de sélection ont été appliqués avant que les écarts en temps moyens pour chaque GRB et pour toutes les paires sélectionnées soient déterminés.

Nous avons cherché à mesurer une variation des écarts temporels en fonction de la distance des sursauts. Pour les maxima, seuls quatre scénarios donnent un effet significatif et l'évolution du paramètre  $a$  en fonction de l'échelle de gravitation quantique nous incite à dire que notre limite la plus fiable est

$$\boxed{E_{QG} \geq 10^{15} \text{ GeV}}. \quad (10.13)$$

Cette limite, comparée avec les résultats des études précédentes (cf. Sec. 8.5, Chap. 8), est très compétitive compte-tenu du bras de levier en énergie d'environ 130 keV dont nous disposons avec FREGATE.

Pour les minima, tous les scénarios présentent un effet significatif et l'évolution du  $\chi^2$  tend à montrer une valeur préférée de  $M$  entre  $10^{14}$  GeV et  $2 \times 10^{14}$  GeV.

Cet effet dans les minima, qui persiste même avec un lot de sursauts de luminosités plus homogènes peut être expliqué de deux façons. Soit il s'agit d'un biais introduit par la méthode en ondelettes pour la localisation des minima, soit c'est le résultat d'un nouvel effet physique qui serait plus facilement détectable avec les minima. Cette hypothèse impliquerait que la Gravitation Quantique provoquerait non seulement un décalage temporel, mais aussi une déformation des pics d'émission.

Du fait de l'importance de cette conclusion, des études complémentaires devront être menées avec toujours plus de données. Un travail similaire est envisagé en ajoutant à notre échantillon de sursauts les GRB observés par HETE-2 pour lesquels nous disposons d'un pseudo-redshift [150].

Le travail décrit dans cette partie fera l'objet d'une publication.



---

# Références

- [125] C. Rovelli, Loop Quantum Gravity. *Living Rev. Relativity*, 1998. <http://www.livingreviews.org/lrr-1998-1>.
- [126] M. Mukerjee, Explaining Everything. *Scientific American*, janvier 1996.
- [127] J. Ellis, N. E. Mavromatos et D. V. Nanopoulos, Probing Models of Quantum Space-Time Foam. *In Proceedings de la conférence Beyond the Desert 99*, 1999.
- [128] G. Amelino-Camelia *et al.*, Tests of quantum gravity from observations of gamma-ray bursts. *Nature*, 393:763–765, 1998.
- [129] T. Piran, Gamma-Ray Bursts as Probes for quantum Gravity. *In 40<sup>th</sup> Winter School of Theoretical Physics : Quantum Gravity and Phenomenology*, 2004.
- [130] B. L. Dingus et J. R. Catelli, EGRET Detections of the Highest Energy Emission from Gamma-Ray Bursts. *In J. Paul, T. Montmerle et E. Aubourg (CEA Saclay), éditeurs, Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology*, décembre 1998.
- [131] R. Atkins *et al.*, Evidence for TeV Emission from GRB 970417A. *ApJL*, 533:L119–L122, avril 2000.
- [132] J. R. Primack *et al.*, Probing galaxy formation with TeV gamma ray absorption. *Astropart. Phys.*, 11:93–102, juin 1999.
- [133] J. T. Bonnell et J. P. Norris, GLAST, GRBs, and Quantum Gravity. *Bulletin of the American Astronomical Society*, 31:717–+, avril 1999.
- [134] K. Hurley *et al.*, Detection of a gamma-ray burst of very long duration and very high energy. *Nature*, 372:652–654, décembre.
- [135] G. J. Fishman *et al.*, BATSE observations of gamma-ray bursts. *In American Institute of Physics Conference Series*, pages 13–21, 1992.
- [136] J. P. Norris, G. F. Marani et J. T. Bonnell, Connection between Energy-dependent Lags and Peak Luminosity in Gamma-Ray Bursts. *ApJ*, 534:248–257, mai 2000.
- [137] J. P. Norris *et al.*, Attributes of Pulses in Long Bright Gamma-Ray Bursts. *ApJ*, 459:393–+, mars 1996.

- [138] N. Gehrels *et al.*, The Swift Gamma-Ray Burst Mission. *ApJ*, 611:1005–1020, août 2004.
- [139] G. Amelino-Camelia et C. Lammerzahl, Quantum-gravity-motivated Lorentz-symmetry tests with laser interferometers. *Class. Quant. Grav.*, 21:899–916, 2004. gr-qc/0306019.
- [140] J. Ellis *et al.*, Quantum-gravity analysis of gamma-ray bursts using wavelets. *A&A*, 402:409–424, 2003. astro-ph/0210124.
- [141] J. Ellis *et al.*, Robust Limits on Lorentz Violation from Gamma-Ray Bursts, 2005. astro-ph/0510172.
- [142] B. E. Schaefer, Severe Limits on Variations of the Speed of Light with Frequency. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4964–4966, juin 1999. astro-ph/9810479.
- [143] S. E. Boggs *et al.*, Testing Lorentz Invariance with GRB 021206. *ApJL*, 611:L77–L80, août 2004. astro-ph/0310307.
- [144] S. D. Biller *et al.*, Limits to Quantum Gravity Effects on Energy Dependence of the Speed of Light from Observations of TeV Flares in Active Galaxies. *Phys. Rev. Lett.*, 83:2108–2111, septembre 1999. gr-qc/9810044.
- [145] T. Jacobson, S. Liberati et D. Mattingly, A strong astrophysical constraint on the violation of special relativity by quantum gravity. *Nature*, 424:1019–1021, août 2003. astro-ph/0212190.
- [146] I.M. Dremine, O.V. Ivanov et V.A. Nechitailo, Wavelets and their use. *Physics Uspekhi*, 44:447, 2001.
- [147] D. Donoho et I. Johnston, Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81:425–455, 1994.
- [148] D. Donoho *et al.*, 1999, WaveLab version 802, <http://www-stat.stanford.edu/~wavelab/>.
- [149] E. Bacry, 2004, LastWave version 2.0.3, disponible à l'adresse <http://www.cmap.polytechnique.fr/~bacry/LastWave/>.
- [150] J.-L. Atteia, A simple empirical redshift indicator for gamma-ray bursts. *A&A*, 407:L1–L4, août 2003.

---

# *Conclusions*

---



Cette thèse se situe dans le cadre de l'étude des Astroparticules. Pendant ces trois dernières années, nous avons travaillé à la préparation d'une expérience future et sur les *vraies* données d'un satellite dédié à l'observation et à l'étude des sursauts gamma.

Nous avons donc pu avoir accès à deux étapes importantes dans la vie d'une expérience : la préparation avec les phases de calibration et de prédiction à l'aide de simulations, et l'analyse de données physiques, dont les résultats ont été confrontés avec un modèle théorique.

Dans la **première partie** de ce travail, nous avons commencé par montrer que l'expérience AMS-02, spécialisée dans la détection et la caractérisation du rayonnement cosmique chargé aura aussi de bonnes performances pour détecter les photons dans une gamme d'énergie de 1 GeV à 300 GeV.

Cette capacité lui sera donnée par deux détecteurs : le trajectomètre au silicium, bénéficiant d'un champ magnétique de 0.8 T fourni par un aimant supraconducteur, et le calorimètre électromagnétique.

Nous avons plus particulièrement travaillé sur les tests de calibration du calorimètre qui se sont déroulés au CERN en juillet 2002 : en participant aux *shifts* et à l'analyse des données.

Pendant cette étude, nous nous sommes concentrés sur l'étude de la stabilité du calorimètre au cours du temps et la comparaison des données avec les résultats de la simulation *Monte Carlo*. Nous avons examiné l'évolution du piédestal et du MIP pendant les quinze jours du test. Ni les piédestaux ni le MIP ne sont restés stables. Différents problèmes seraient susceptibles d'expliquer ce manque de stabilité :

- problèmes de mise à la masse ;
- problèmes de stabilité de l'électronique (acquisition, alimentations).

Nous avons par exemple acquis la certitude qu'une coupure des alimentations a provoqué une fluctuation importante du niveau du piédestal au cours des tests.

La comparaison des données du test avec les résultats de la simulation ont montré un bon accord général. Toutefois, les énergies déposées par couche sont légèrement différentes dans la simulation et dans les données. Ces différences pourraient provenir d'un léger écart entre les paramètres de la simulation et les paramètres du calorimètre réel, mais il est plus probable que ce soit dû à une mauvaise intercalibration entre les pixels.

Pour évaluer les capacités d'AMS-02 pour la détections de photons gamma, nous avons développé un logiciel de simulation rapide. Cet outil est suffisamment général pour être utilisé pour n'importe quelle expérience spatiale. Il utilise une simulation de l'orbite de la station spatiale et une paramétrisation des acceptances du calorimètre électromagnétique et du trajectomètre au silicium.

Le simulateur rapide nous a permis de faire des prédictions pour différents types de sources gamma : des sources "classiques" comme des pulsars ou des blazars, mais aussi une source encore hypothétique comme un halo de matière noire supersymétrique au centre galactique.

Ainsi, les prédictions indiquent qu'en un an, AMS pourra détecter plusieurs centaines de photons émis par le blazar 3C279 ou le pulsar du Crabe, qui est une chandelle standard de l'astronomie gamma.

En considérant que le halo autour du centre de notre galaxie contient des neutralinos et que ces neutralinos s'annihilent entre eux pour donner des photons, nous avons pu montrer qu'AMS, en trois ans, permettra de donner des contraintes sur certains modèles de matière noire froide supersymétrique, surtout dans le cas d'un profile de densité très piqué (*cuspy*).

La **deuxième partie** de ce travail de thèse a consisté en l'étude des courbes de lumière de

douze sursauts gamma observés par HETE-2 entre 2001 et 2005 pour lesquels une mesure du redshift est disponible.

Le but de cette analyse était de chercher des écarts temporels entre photons de différentes énergies dans le cadre d'un modèle de gravitation quantique issu de la théorie des cordes. Dans ce modèle, des gravitons se déplaçant dans une dimension supplémentaire pourraient interagir avec notre espace-temps à quatre dimensions en perturbant la propagation des photons. Cela entraînerait que des photons d'énergies différentes auraient des vitesses de propagation différentes.

Pour analyser les courbes de lumière, nous avons employé une méthode en ondelettes. La transformée en ondelettes discrètes nous a permis de débruiter les courbes de lumière. La transformée en ondelettes continues nous a fourni la position des pics d'émission. Nous avons mené une étude très détaillée des sélections sur les extrema et sur leur association en paires. Cela nous a permis d'évaluer les effets systématiques. Le format des données fournies par la collaboration HETE a permis d'envisager différents scénarios pour le choix des bandes d'énergie, ce qui n'avait jamais été fait jusqu'à présent. Le fait d'étudier plusieurs sursauts à des distances différentes nous a permis de prendre en compte les effets systématiques liés aux mécanismes d'émission gamma (effets sources).

En supposant une variation linéaire entre la distance du sursaut et l'écart temporel mesuré, nous n'avons pas trouvé d'effet de gravitation quantique à  $\pm 3\sigma$  pour les maxima des courbes de lumières. Nous avons donc déterminé une limite inférieure sur l'échelle de gravitation quantique à  $10^{15}$  GeV. Comme l'importance de l'effet dépend de l'écart en énergie entre les photons, on peut dire que ce résultat est tout à fait compétitif compte tenu de la gamme d'énergie de FREGATE.

Un effet significatif a été mis en évidence pour les minima mais des études complémentaires devront être envisagées dans l'avenir pour confirmer ou infirmer ce résultat, qui pourrait être dû à un effet source encore mal connu ou mal maîtrisé.